

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 18. studeni 2013.

Zadatak 1.

- (a) Neka je $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ niz slučajnih varijabli na vjerojatnosnom prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Pokažite da je

$$\left\{ \sup_n X_n \geq a \right\} \in \mathcal{F}.$$

Rješenje:

$$\sup_n X_n \geq a \Leftrightarrow \forall n \exists m \text{ t.d. } X_m \geq a - \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \left\{ \sup_n X_n \geq a \right\} = \bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{m=1}^{\infty} \left\{ X_m \geq a - \frac{1}{n} \right\}$$

Kako su $\{X_m \geq a - \frac{1}{n}\} \in \mathcal{F}$ i $\mathcal{F}$ je zatvorena na prebrojive presjeke i unije slijedi tvrdnja zadatka pod (a).

Napomena:

$$\left\{ \sup_n X_n < a \right\} \subset \bigcap_{n=1}^{\infty} \{X_n < a\} = \left\{ \sup_n X_n \leq a \right\}$$