MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 25. travnja 2016.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Iskažite teorem Ionescu-Tulcea. Zatim iskažite i dokažite korolar tog teorema na temelju kojeg se definira produkt prebrojivo mnogo vjerojatnosnih prostora $(\Omega_j, \mathcal{F}_j, \mathbb{P}_j)_{j\in\mathbb{N}}$.

[8 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 25. travnja 2016.

Zadatak 2.

(a) Za nezavisne slučajne varijable $X, Y \sim N(0,1)$ odredite funkciju gustoće slučajnog vektora (U, V) dobivenog rotacijom vektora (X, Y) za kut $\alpha \in [0, 2\pi)$,

$$\begin{aligned} U &= X \cos\alpha + Y \sin\alpha \\ V &= -X \sin\alpha + Y \cos\alpha. \end{aligned}$$

Jesu li U i V nezavisne slučajne varijable?

(b) Neka su $X, Y \sim U(0,1)$ nezavisne slučajne varijable. Odredite funkciju distribucije slučajnog vektora $(\max\{X, Y\}, \min\{X, Y\})$. Jesu li $\max\{X, Y\}$ i $\min\{X, Y\}$ nezavisne slučajne varijable?

[8 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 25. travnja 2016.

Zadatak 3. Neka je (X_n) niz nezavisnih slučajnih varijabli i

$$Y_n = \frac{X_n}{\sqrt{n}(1+|X_n|)}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Pokažite da niz (Y_n) zadovoljava slabi zakon velikih brojeva te da za $\alpha > \frac{1}{2}$ niz $(\frac{1}{n^\alpha}\sum_{k=1}^n Y_k)_n$ konvergira gotovo sigurno. [7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 25. travnja 2016.

Zadatak 4.

(a) Iskažite i dokažite prvu Kolmogorovljevu nejednakost.

(b) Iskažite teorem o konvergenciji reda nezavisnih slučajnih varijabli uz pretpostavku da red njihovih varijanci konvergira i dokažite ga koristeći (a).

[8 bodova]