

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

Završni kolokvij - 29. lipnja 2015.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 40

Zadatak 1.

- (a) Iskažite i dokažite Kolmogorovljev zakon nula-jedan.
- (b) Iskažite i dokažite korolar tog zakona koji govori o konvergenciji nizova i pripadnih redova za nezavisne slučajne varijable.

[15 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

Završni kolokvij - 29. lipnja 2015.

Zadatak 2. Neka je $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz nezavisnih jednako distribuiranih slučajnih varijabli s konačnom varijancom σ^2 . Pokažite da

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i^2 - \bar{X}_n^2) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma^2 \quad (\text{g.s.}).$$

Napomena: $\bar{X}_n = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$.

[4 boda]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

Završni kolokvij - 29. lipnja 2015.

Zadatak 3. Neka je $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz nezavisnih jednako distribuiranih slučajnih varijabli, $X_1 \sim N(1, 1)$ i $a > 1$. Pokažite da je $X = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{X_n}{a^n} < \infty$ (g.s.) i odredite razdiobu slučajne varijable X .

[6 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

Završni kolokvij - 29. lipnja 2015.

Zadatak 4.

- (a) Iskažite i dokažite teorem o vezi momenata slučajnih varijabli i njihovih karakterističnih funkcija.
- (b) Iskažite Lévyjev centralni granični teorem i dokažite ga koristeći (a). Koji klasični rezultat slijedi iz tog teorema? Obrazložite!

[15 bodova]