

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 19. lipnja 2015.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30
- Završni kolokvij: ponedjeljak 29.06. u 9h

Zadatak 1.

- Iskažite i dokažite teorem jedinstvenosti za karakteristične funkcije.
- Koristeći (a) dokažite vezu između eksponencijalne i gama razdiobe.

[8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 19. lipnja 2015.

Zadatak 2.

- (a) Iskažite i dokažite teorem neprekidnosti. Koje su posljedice tog teorema za karakterizaciju konvergencije po distribuciji?
- (b) Koristeći (a) dokažite Hinčinov slabi zakon velikih brojeva.

[8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 19. lipnja 2015.

Zadatak 3. Neka su X i Y nezavisne jednako distribuirane slučajne varijable.

- (a) Pokažite da je karakteristična funkcija slučajne varijable $X - Y$ parna realna nenegativna funkcija.
- (b) Neka su $a < b$ realni brojevi. Korištenjem (a) pokažite da $X - Y$ ne može imati $U(a, b)$ razdiobu.

[8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 19. lipnja 2015.

Zadatak 4. Neka je $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz nezavisnih slučajnih varijabli i $\varepsilon > 0$, $C > 0$ takvi da je

$$\mathbb{E}[X_n] = 0, \quad \mathbb{E}[X_n^2] = n^{-1/4}, \quad \mathbb{E}[|X_n|^3] < C$$

za sve $n \in \mathbb{N}$. Pokažite da dani niz zadovoljava centralni granični teorem (zapišite i formu CGT-a). [6 bodova]