

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 30. travnja 2015.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30
- Rezultati: ponedjeljak 11.05. u 14h

Zadatak 1. Neka su $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ i $Y \sim U(0, 1)$ nezavisne slučajne varijable. Odredite funkciju gustoće slučajnog vektora (XY, Y^2) . Jesu li slučajne varijable XY i Y^2 nezavisne?
[6 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 30. travnja 2015.

Zadatak 2. Neka je (X_n) , $n \in \mathbb{N}$, niz nezavisnih slučajnih varijabli t.d. je $\mathbb{E}X_n = 0$, $\text{Var}(X_n) = \sqrt{n}$ i neka je $Y_n = \frac{1}{2^n} \sum_{k=1}^n X_k$.

(a) Pokažite da niz (Y_n) zadovoljava slabi zakon velikih brojeva.

(b) Vrijedi li jaki zakon velikih brojeva za niz slučajnih varijabli $Z_n = X_n + \frac{1}{1 + X_{n+1}^2}$?
Obrazložite.

[8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 30. travnja 2015.

Zadatak 3. Iskažite i dokažite Hinčinov slabi zakon velikih brojeva.

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 30. travnja 2015.

Zadatak 4.

(a) Dokažite tvrdnju da kod simetrizacije niza, ako red $\sum_{n=1}^{\infty} X_n$ konvergira (g.s.), tada i red

$$\sum_{n=1}^{\infty} X_n^{(s)} \text{ konvergira (g.s.).}$$

(b) Koristeći (a) dokažite teorem o dva reda.

[9 bodova]