

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 22. travnja 2014.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1.

- (a) Neka su X_1, X_2 nezavisne slučajne varijable s (apsolutno) neprekidnom gustoćama redom f_1, f_2 i distribucijama F_1, F_2 . Odredite gustoću slučajne varijable $X = \min\{X_1, X_2\}$.
- (b) Ako su $X_1, X_2 \sim \text{Exp}(1)$ nezavisne slučajne varijable, odredite gustoću slučajne varijable

$$Z = \min\left\{X_1 + X_2, \frac{X_1}{X_1 + X_2}\right\}.$$

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 22. travnja 2014.

Zadatak 2. Iskažite teorem Ionescu-Tulcea. Zatim iskažite i dokažite korolar tog teorema na temelju kojeg se definira produkt prebrojivo mnogo vjerojatnosnih prostora $(\Omega_j, \mathcal{F}_j, \mathbb{P}_j)_{j \in \mathbb{N}}$.
[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 22. travnja 2014.

Zadatak 3. Neka je (X_n) niz nezavisnih slučajnih varijabli, za $\alpha \in \mathbb{R}$ definiramo

$$Y_n = n^\alpha e^{-X_n^2}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

(a) Pokažite da za $\alpha < 1$ niz (Y_n) zadovoljava slabi zakon velikih brojeva.(b) Pokažite da za $\alpha < \frac{1}{2}$ niz $(\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n Y_k)_n$ konvergira gotovo sigurno.

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 22. travnja 2014.

Zadatak 4.

- (a) Iskažite i dokažite drugu Kolmogorovljevu nejednakost.
- (b) Iskažite teorem o dva reda i dokažite ga koristeći (a).

[9 bodova]