

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 08. travnja 2013.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Neka su X i Y nezavisne slučajne varijable t.d. $X, Y \sim \text{Exp}(\lambda)$, $\lambda > 0$.
Dokažite da su slučajne varijable $X + Y$ i $\frac{X}{Y}$ nezavisne. [7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 2.

- (a) Iskažite i dokažite prvu Kolmogorovljevu nejednakost.
- (b) Iskažite teorem o konvergenciji reda jednako distribuiranih slučajnih varijabli uz pretpostavku da red njihovih varijanci konvergira i dokažite ga koristeći (a).

[9 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 3. Iskažite i dokažite Kolmogorovljev teorem o tri reda.

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 08. travnja 2013.

Zadatak 4. Neka je $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz nezavisnih slučajnih varijabli na vjerojatnosnom prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

(a) Ako je $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Var} X_n}{n} = 0$ pokažite da niz $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ zadovoljava slabi zakon velikih brojeva.

(b) Vrijedi li jaki zakon velikih brojeva za $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ako je

$$X_n \sim \begin{pmatrix} -2^n & 0 & 2^n \\ \frac{1}{n!} & 1 - \frac{2}{n!} & \frac{1}{n!} \end{pmatrix}?$$

[7 bodova]