

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

Završni kolokvij - 21. lipnja 2012.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 40
- Rezultati i upis ocjena: utorak 26.06.

Zadatak 1.

- (a) Kako se definira produkt od prebrojivo mnogo izmjerivih prostora? Iskažite teorem Ionescu-Tulcea.
- (b) Koristeći (a) dio zadatka iskažite i dokažite rezultat koji nam služi za definiciju produkta od prebrojivo mnogo vjerojatnosnih prostora.

[15 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

Završni kolokvij - 21. lipnja 2012.

Zadatak 2.

- (a) Iskažite i dokažite teorem neprekidnosti. Koje su posljedice tog teorema za karakterizaciju konvergencije po distribuciji?
- (b) Koristeći karakterizaciju pod (a) dokažite Hinčinov slabi zakon velikih brojeva.

[15 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

Završni kolokvij - 21. lipnja 2012.

Zadatak 3. Neka je X_n niz nezavisnih slučajnih varijabli na istom vjerojatnosnom prostoru za koje vrijedi

$$X_n \sim \begin{pmatrix} -(n+1)^{2/3} & 0 & (n+1)^{2/3} \\ \frac{1}{n+1} & 1 - \frac{2}{n+1} & \frac{1}{n+1} \end{pmatrix}.$$

Zadovoljava li (X_n) slabi zakon velikih brojeva?

[5 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

Završni kolokvij - 21. lipnja 2012.

Zadatak 4. Odredite (po definiciji) karakterističnu funkciju slučajne varijable X s funkcijom gustoće $f_X(x) = e^{-x}$, $x > 0$. Izračunajte $\mathbb{E}[X^n]$, $n \in \mathbb{N}$. [5 bodova]