

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 08. lipnja 2012.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Iskažite i dokažite Kolmogorovljev zakon velikih brojeva za nezavisne jednako distribuirane slučajne varijable.

[8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 08. lipnja 2012.

Zadatak 2.

- (a) Izvedite izraz za karakterističnu funkciju slučajnog vektora višedimenzionalne normalne razdiobe.
- (b) Kada je podvektor normalnog slučajnog vektora također normalni slučajni vektor? Iskažite i dokažite odgovarajući rezultat.

[8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 08. lipnja 2012.

Zadatak 3.

- (a) Neka su X i Y nezavisne simetrične slučajne varijable, pri čemu su i slučajne varijable $X + Y$ i $X - Y$ nezavisne. Pokažite da su X i Y nužno jednako distribuirane.
- (b) Neka je $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz slučajnih varijabli koje po distribuciji konvergiraju k slučajnoj varijabli X i $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz realnih brojeva koji konvergira k 0. Pokažite da

$$a_n \cdot X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} 0.$$

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 08. lipnja 2012.

Zadatak 4. Pomoću centralnog graničnog teorema izračunajte

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^n \frac{1}{(n-1)!} x^{n-1} e^{-x} dx.$$

[7 bodova]

Napomena: $\mathbb{E}[\Gamma(\alpha, \beta)] = \alpha\beta$ i $\text{Var}(\Gamma(\alpha, \beta)) = \alpha\beta^2$.