

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 20. travnja 2012.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30
- Rezultati: četvrtak 03.05.

Zadatak 1. Iskažite i dokažite teorem o karakterizaciji nezavisnosti slučajnih varijabli pomoću njihovih gustoća (neprekidni slučaj). Kako glasi korolar tog teorema? [8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 20. travnja 2012.

Zadatak 2.

- (a) Ako su $X_1, \dots, X_n$ nezavisne jednako distribuirane slučajne varijable s (apsolutno) neprekidnom gustoćom f i distribucijom F , odredite gustoću slučajne varijable $X = \min \{X_1, \dots, X_n\}$.
- (b) Neka su $Z_1, \dots, Z_{2n}$ nezavisne slučajne varijable s eksponencijalnom distribucijom s parametrom $\lambda > 0$. Koristeći formulu iz (a) dijela zadatka odredite gustoću slučajne varijable

$$Z = \min \left\{ \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}, \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4}, \dots, \frac{Z_{2n-1}}{Z_{2n-1} + Z_{2n}} \right\}.$$

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 20. travnja 2012.

Zadatak 3. Neka je $(X_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ niz nezavisnih slučajnih varijabli.

- (a) Ako je $\mathbb{E}[X_n] = 0$ i $\text{Var}(X_n) = \sigma^2$, $\forall n \in \mathbb{N}$, dokažite da niz $(2X_n - 3X_{n-1})_{n \in \mathbb{N}}$ zadovoljava slabi zakon velikih brojeva.
- (b) Ako je $X_n \sim U(0, 1)$, $\forall n \in \mathbb{N}$, izračunajte

$$(\text{g.s.}) \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{X_1 \cdot \dots \cdot X_n}.$$

Uputa: U (b) dijelu promatrajte slučajne varijable $\ln X_n$.

[7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA

IME I PREZIME

BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

1. kolokvij - 20. travnja 2012.

Zadatak 4. Iskažite i dokažite teorem o dva reda.

[8 bodova]