

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 03. lipnja 2011.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30
- Rezultati: ponedjeljak 06.06. od 13h (šifra:03062011)

Zadatak 1.

- (a) Neka su (X_n) i (Y_n) (moguće zavisni) nizovi nezavisnih slučajnih varijabli. Ako niz $(Var X_n)$ konvergira, zadovoljava li niz slučajnih varijabli (Z_n) ,

$$Z_n = X_n + e^{-Y_n^2}, \quad n \in \mathbb{N}$$

slabi zakon velikih brojeva?

[4 boda]

- (b) Dokažite da vrijedi

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \dots \int_0^1 e^{\frac{-1}{n^2} (\sum_{i=1}^n x_i)^2} dx_1 \dots dx_n = e^{\frac{-1}{4}}.$$

[4 boda]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 03. lipnja 2011.

Zadatak 2.

- (a) Pokažite da je karakteristična funkcija Poissonove distribucije s parametrom λ oblika

$$\varphi(t) = e^{\lambda(e^{it}-1)}, \quad t \in \mathbb{R}.$$

[2 boda]

- (b) Neka je (X_n) niz nezavisnih slučajnih varijabli s Poissonovom distribucijom $X_n \sim P(2^{-n})$. Ispitajte konvergenciju reda $\sum X_n$ po distribuciji.

[4 boda]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 03. lipnja 2011.

Zadatak 3.

- (a) Iskažite i dokažite teorem koji povezuje momente slučajne varijable s njezinom karakterističnom funkcijom.
- (b) Pomoću tog teorema dokažite Hinčinov slabi zakon velikih brojeva.

[10 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 2

2. kolokvij - 03. lipnja 2011.

Zadatak 4. Dokažite svojstvo: familija svih nezavisnih χ^2 -razdioba zatvorena je na zbrajanje konačno mnogo svojih elemenata. [6 bodova]