MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 28. studeni 2016.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Neka je X slučajna varijabla na vjerojatnosnom prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$, $M \in \mathbb{R}$ fiksni broj i $Y = \min\{X, M\}$.

(a) Odredite najmanji σ-algebru $\mathcal{G}$ na Ω za koju je Y slučajna varijabla na $(\Omega, \mathcal{G})$.

(b) Pokažite da je Y slučajna varijabla na $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Ako je F_X funkcija distribucije od X, odredite funkciju distribucije od Y.

[7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 28. studeni 2016.

Zadatak 2. Provjerite koje su od sljedećih funkcija vjerojatnosne funkcije distribucije?

(a) $F_1(x) = \frac{1}{2}1_{[0,\infty)}(x) + \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{x}}1_{(0,\infty)}(x)$, $x \in \mathbb{R}$,

(b) $F_2(x) = \frac{e^x}{e^x+e^{-x}}$, $x \in \mathbb{R}$,

(c) $F_3(x) = e^{-x^2} + \frac{2e^x}{2e^x+e^{-x}}$, $x \in \mathbb{R}$.

Za one funkcije distribucije koje su i apsolutne neprekidne, odredite pripadne vjerojatnosne funkcije gustoće. [7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 28. studeni 2016.

Zadatak 3.

(a) Iskažite i dokažite tvrdnju koja uspostavlja vezu između konvergencije (g.s.) i Cauchyjevosti (g.s.) za nizove slučajnih varijabli.

(b) Definirajte opću normalnu razdiobu i dokažite da je ona dobro definirana.

[7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 28. studeni 2016.

Zadatak 4.

(a) Iskažite definiciju vjerojatnosne funkcije distribucije na $\mathbb{R}^n$. Je li takva funkcija nužno rastuća po svakoj varijabli? Iskažite i dokažite odgovarajući rezultat.

(b) Neka je X n-dimenzionalni slučajni vektor. Dokažite da je njegova funkcija distribucije F_X vjerojatnosna funkcija distribucije u smislu definicije pod (a). Dokaz provedite prvo za slučaj $n = 2$, a zatim opći slučaj dokažite indukcijom.

(c) Neka je X neprekidni slučajni vektor s funkcijom distribucije F_X i gustoćom f_X. Iskažite i dokažite formulu kojom se za proizvoljan $B \in \mathcal{B}^n$ računa $\mathbb{P}\{X \in B\}$ pomoću f_X.

[9 bodova]