

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 23. studeni 2015.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Neka je $(\Omega, \mathcal{F})$ izmjeriv prostor.

1. Neka je $A \subset \Omega$ i $\mathcal{A} = \{A\} \cup \mathcal{F}$. Pokažite da vrijedi

$$\sigma(\mathcal{A}) = \{(A \cap E) \cup (A^c \cap F) : E, F \in \mathcal{F}\}.$$

2. Ako je X slučajna varijabla na $(\Omega, \mathcal{F})$ je li $Y = X + 1_A$ slučajna varijabla na $(\Omega, \sigma(\mathcal{A}))$? Svoju tvrdnju dokažite.

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 23. studeni 2015.

Zadatak 2.

- (a) Neka je X slučajna varijabla na $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Odredite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \mathbb{P}(|X| = x).$$

- (b) Neka je $h \in \mathbb{R}$ i F vjerojatnosna funkcija distribucije na $\mathbb{R}$. Uz koje uvjete na F je funkcija H ,

$$H(x) = F(x)1_{\{x \leq h\}} + 1_{\{x > h\}}$$

također vjerojatnosna funkcija distribucije na $\mathbb{R}$?

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 23. studeni 2015.

Zadatak 3.

- (a) Definirajte vjerojatnosnu funkciju distribucije na $\mathbb{R}^n$. Neka je X n -dimenzionalan slučajni vektor. Dokažite da je njegova funkcija distribucije F_X vjerojatnosna funkcija distribucije u smislu prethodne definicije. Obrazložite 1-1 korespondenciju između F_X i P_X .
- (b) Dokažite tvrdnju: Neka je $F : \mathbb{R}^n \rightarrow [0, 1]$ zadana vjerojatnosna funkcija distribucije. Tada postoji n -dimenzionalan slučajni vektor X takav da je $F_X = F$.

[8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 23. studeni 2015.

Zadatak 4.

- (a) Definirajte gama razdiobu i obrazložite zašto je ona dobro definirana.
- (b) Definirajte n -dimenzionalnu normalnu razdiobu i obrazložite zašto je ona dobro definirana.

[8 bodova]