MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 06. veljače 2015.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Neka je X slučajna varijabla t.d. $X < c$ gotovo sigurno za neki $c > 0$. Pokažite da je za sve $x < c$

$$F_X(x) \leq \frac{c - \mathbb{E}\, X}{c - x}.$$

[6 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 06. veljače 2015.

Zadatak 2. Neka su U i X_n, $n \in \mathbb{N}$ slučajne varijable na $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$.

(a) Ako je $X_n \sim \text{Exp}(n)$, pokažite da niz (X_n) konvergira po vjerojatnosti i odredite limes.

(b) Neka je $U \sim U(0,1)$ i $X_n = e^{\frac{1}{n}} 1_{\langle \frac{n-2}{2n}, 1 \rangle}(U)$, $n \in \mathbb{N}$. Pokažite da niz (X_n) konvergira u srednjem reda q i odredite limes.

[8 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 06. veljače 2015.

Zadatak 3. Neka je X slučajna varijabla i g nenegativna Borelova funkcija takva da je $\mathbb{E}[g(X)] < \infty$. Ako je g parna i neopadajuća na $[0, \infty)$ dokažite da za svaki $\varepsilon > 0$ vrijedi

$$\mathbb{P}(|X| \geq \varepsilon) \leq \frac{\mathbb{E}[g(X)]}{g(\varepsilon)}.$$

Obrazložite kako iz ove nejednakosti slijede Markovljeva i Čebiševljeva nejednakost. [6 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 06. veljače 2015.

Zadatak 4. Iskažite i dokažite Kolmogorovljev teorem o konstrukciji vjerojatnosti na beskonačno dimenzionalnim prostorima. [10 bodova]