MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 28. studeni 2014.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Neka su $\mathcal{F}$ i $\mathcal{H}$ σ-algebre na $\Omega \neq \emptyset$, $\mathcal{H} \subset \mathcal{F}$ i $H \in \mathcal{H}$.

(a) Pokažite da je $\mathcal{G} = \{A \in \mathcal{F} : A \cap H \in \mathcal{H}\}$ σ-algebra na Ω.

(b) Neka je X slučajna varijabla na $(\Omega, \mathcal{G})$ i $Y = X \cdot 1_H$. Je li Y slučajna varijabla na $(\Omega, \mathcal{F})$ i $(\Omega, \mathcal{H})$?

[7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 28. studeni 2014.

Zadatak 2. Neka su F_n, $n \in \mathbb{N}$, vjerojatnosne funkcije distribucije na $\mathbb{R}$.

(a) Za koje $\alpha_n > 0$ je funkcija $F = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n F_n$ također vjerojatnosna funkcija distribucije?

(b) Uz koje uvjete na F_1 i F_2 je funkcija

$$G(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}F_1(x), & x \leq 0 \\ \frac{1}{2}F_1(x) + \frac{1}{2}F_2(x), & x > 0 \end{cases}$$

vjerojatnosna funkcija distribucije na $\mathbb{R}$?

[7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 28. studeni 2014.

Zadatak 3.

(a) Iskažite definiciju vjerojatnosne funkcije distribucije na $\mathbb{R}^n$. Je li takva funkcija nužno rastuća po svakoj varijabli? Iskažite i dokažite odgovarajući rezultat.

(b) Iskažite teorem iz kojega slijedi da je korespondencija između funkcije distribucije slučajnog vektora i njegovog zakona razdiobe 1-1 korespondencija. Obrazložite!

(c) Neka je X neprekidan slučajni vektor s funkcijom distribucije F_X i gustoćom f_X. Iskažite i dokažite formulu kojom se za proizvoljan $B \in \mathcal{B}^n$ računa $\mathbb{P}\{X \in B\}$ pomoću f_X.

[8 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 28. studeni 2014.

Zadatak 4.

(a) Iskažite dvije definicije napete vjerojatnosne mjere na metričkom prostoru i dokažite da su one ekvivalentne.

(b) Koja klasa metričkih prostora ima svojstvo da je svaka vjerojatnosna mjera na njima napeta? Iskažite i dokažite odgovarajući teorem.

[8 bodova]