MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni kolokvij - 10. veljače 2014.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 40

Zadatak 1. Ako je F vjerojatnosna funkcija distribucije na $\mathbb{R}$ pokažite da je funkcija G,

$$G(x) = \begin{cases} F(\sqrt{x-1}) - F(-\sqrt{x-1}-), & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases},$$

također vjerojatnosna funkcija distribucije na $\mathbb{R}$. [5 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni kolokvij - 10. veljače 2014.

Zadatak 2.

(a) Iskažite definiciju vjerojatnosne funkcije distribucije na $\mathbb{R}^n$. Je li takva funkcija nužno monotono rastuća po svakoj varijabli? Dokažite odgovarajuću tvrdnju.

(b) Neka je X n-dimenzionalan slučajni vektor, F_X funkcija distribucije od X i P_X zakon razdiobe od X. Koja je veza između F_X i P_X? Obrazložite odgovarajuću tvrdnju.

(c) Neka je $F : \mathbb{R}^n \to [0, 1]$ vjerojatnosna funkcija distribucije. Je li ona nužno funkcija distribucije nekog slučajnog vektora? Iskažite i dokažite odgovarajuću tvrdnju.

[12 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni kolokvij - 10. veljače 2014.

Zadatak 3.

(a) Neka je $\mathcal{X}$ slučajni proces na vjerojatnosnom prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Definirajte zakon razdiobe $P_{\mathcal{X}}$ tog slučajnog procesa i familiju njegovih konačno-dimenzionalnih distribucija. Zatim iskažite i dokažite tvrdnju koja uspostavlja vezu između tih dvaju pojmova.

(b) Iskažite i dokažite teorem koji opravdava zadavanje slučajnih procesa pomoću njihovih konačno-dimenzionalnih distribucija.

[18 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni kolokvij - 10. veljače 2014.

Zadatak 4. Neka je F vjerojatnosna funkcija distribucije t.d. $F(0) = 0$. Odredite

$$\int_0^\infty e^{F(x)} dF(x).$$

[5 bodova]