

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 18. studeni 2013.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1.

- (a) Neka je $\{X_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ niz slučajnih varijabli na vjerojatnosnom prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Pokažite da je

$$\left\{ \sup_n X_n \geq a \right\} \in \mathcal{F}.$$

- (b) Neka je X slučajna varijabla na $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ koja generira σ -algebru $\sigma(X)$ te neka je $A \in \mathcal{F}$. Odredite σ -algebru generiranu slučajnom varijablom $Y = X1_A$.

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 18. studeni 2013.

Zadatak 2. Neka je F vjerojatnosna funkcija distribucije na $\mathbb{R}$ t.d. je $F(0) = 0$.
Provjerite jesu li sljedeće funkcije vjerojatnosne funkcije distribucije.

(a) $G(x) = (1 - F(\frac{1}{x}-)) 1_{\{x>0\}}$

(b) $H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 1 \\ F(x+1) - F(x), & x < 1 \end{cases}$

[7 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 18. studeni 2013.

Zadatak 3.

- (a) Iskažite i dokažite tvrdnju koja uspostavlja vezu između konvergencije (g.s.) i Cauchyjevosti (g.s.) za nizove slučajnih varijabli.
- (b) Definirajte opću Cauchyjevu razdiobu i dokažite da je ona dobro definirana.

[8 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

1. kolokvij - 18. studeni 2013.

Zadatak 4. Definirajte regularnu vjerojatnosnu mjeru na metričkom prostoru S . Je li zahtjev regularnosti ograničenje na vjerojatnosne mjere definirane na metričkom prostoru? Iskažite i dokažite odgovarajući teorem. [8 bodova]