MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 14. siječnja 2013.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Neka je T proizvoljan skup, neka je $\mathcal{F}^T$ familija svih Borelovih cilindara na $\mathbb{R}^T$ i neka je $\mathcal{B}^T = \sigma(\mathcal{F}^T)$. Iskažite i dokažite Kolmogorovljev teorem o konstrukciji vjerojatnosne mjere na $\mathcal{B}^T$. [9 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 14. siječnja 2013.

Zadatak 2. Točka T je uniformno distribuirana na četvrtini jedinične kružnice u prvom kvadrantu. Odredite funkciju gustoće, očekivanje i varijancu udaljenosti točke T od pravca $y = x$.

Napomena: $\frac{d}{dx} \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$. Za integriranje racionalnih funkcija s članom $\sqrt{1-x^2}$ koristite trigonometrijsku supstituciju $x = \sin t$.

[7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 14. siječnja 2013.

Zadatak 3. Neka su $X, Y, Z, X_1, X_2, ...$ slučajne varijable na vjerojatnosnom prostoru $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ i neka $X_n \xrightarrow{L^q} X$.

(a) Ako je $Y \sim U(0,1)$ pokažite da vrijedi

$$YX_n \xrightarrow{\mathbb{P}} YX.$$

(b) Neka je $q = 4$ i $Z \in L^p(\Omega)$. Za koje vrijednosti realnog parametra p vrijedi

$$ZX_n \xrightarrow{L^1} ZX?$$

Svoju tvrdnju obrazložite.

[7 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 14. siječnja 2013.

Zadatak 4.

(a) Iskažite i dokažite osnovni teorem o odnosima različitih tipova konvergencije slučajnih varijabli.

(b) Dokažite tvrdnju:

$$X_n \xrightarrow{D} c \text{ (c-konstanta) } \Leftrightarrow X_n \xrightarrow{\mathbb{P}} c$$

[7 bodova]