MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni kolokvij - 24. siječnja 2011.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 40

Zadatak 1. Neka je X slučajna varijabla na vjerojatnosnom prostoru $([0,1], \mathcal{B}([0,1]), \lambda|_{\mathcal{B}([0,1])})$. Dokažite da je preslikavanje

$$Y(\omega) = \begin{cases} X(\omega), & \omega \in [0,1] \backslash \mathbb{Q} \\ \omega, & \omega \in [0,1] \cap \mathbb{Q} \end{cases}$$

također slučajna varijabla na istom vjerojatnosnom prostoru. [5 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni kolokvij - 24. siječnja 2011.

Zadatak 2. Iskažite i dokažite teorem o karakterizaciji diskretnosti slučajne varijable pomoću njezine funkcije distribucije. [10 bodova]

MATIČNI BROJ STUDENTA | IME I PREZIME | BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni kolokvij - 24. siječnja 2011.

Zadatak 3.

(a) Iskažite (uz sve potrebne uvjete) i dokažite Kolmogorovljevu nejednakost. [4 boda]

(b) Koristeći Kolmogorovljevu dokažite Čebiševljevu nejednakost. [1 bod]

MATIČNI BROJ STUDENTA IME I PREZIME BROJ BODOVA

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

Završni kolokvij - 24. siječnja 2011.

Zadatak 4.

(a) Dokažite tvrdnju:
$X_n \xrightarrow{(g.s.)} X \Leftrightarrow$ za svako $\epsilon > 0$ vrijedi:

$$\lim_{n \to +\infty} \mathbb{P}\left(\bigcup_{k=n}^{\infty} \{|X_k - X| \geq \epsilon\} \right) = 0.$$

(b) Iskažite i dokažite osnovni teorem o odnosima različitih tipova konvergencije slučajnih varijabli.

[20 bodova]