

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 10. siječnja 2011.

- Broj zadataka: 4
- Vrijeme rješavanja: 120 min
- Ukupan broj bodova: 30

Zadatak 1. Definirajte višedimenzionalnu normalnu razdiobu te zatim obrazložite zašto je ona dobro definirana. [6 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 10. siječnja 2011.

Zadatak 2. Na polukružnici radijusa $a > 0$ odabrana je na slučajan način točka A .

- (a) Nađite funkciju distribucije i funkciju gustoće točke B , koja je projekcija točke A na
dijametar polukružnice. [4 boda]
- (b) Nađite vjerojatnost da je točka B udaljena od središta polukružnice za manje od 1. [1 bod]
- (c) Odredite očekivanje slučajne varijable $F^2(B)$, gdje je F funkcija distribucije točke B .
[2 boda]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 10. siječnja 2011.

Zadatak 3.

- (a) Iskažite barem dvije ekvivalentne definicije napetih vjerojatnosnih mjera na metričkim prostorima i obrazložite zašto su one ekvivalentne.
- (b) Je li napetost ograničenje na vjerojatnosne mjere definirane na potpunim separabilnim metričkim prostorima? Iskažite i dokažite odgovarajući teorem.

[10 bodova]

TEORIJA VJEROJATNOSTI 1

2. kolokvij - 10. siječnja 2011.

Zadatak 4. Neka je $(X_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz nezavisnih slučajnih varijabli t.d. je $\mathbb{P}(X_n = n^\alpha) = \frac{1}{n}$ i $\mathbb{P}(X_n = 0) = \frac{n-1}{n}$.

(a) Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ vrijedi $X_n \xrightarrow{P} 0$? [3 boda]

(b) Za koje $\alpha \in \mathbb{R}$ vrijedi $X_n \xrightarrow{m^r} 0$, za dani $r \geq 1$? [2 boda]

(c) Postoji li slučajna varijabla Y t.d. $X_n \xrightarrow{m^2} Y$ za $\alpha = 1$? Obrazložite! [2 boda]