

# VREMENSKI NIZOVI 2: ARMA PROCESI

## STATISTIČKI PRAKTIKUM 2

### 6. VJEŽBE

# Proizvodnja piva u Australiji

U dokumentu `beer.csv` nalaze se podaci o proizvodnji piva u Australiji od siječnja 1956. do kolovoza 1995. Učitajte i grafički prikažite podatke. Iz grafa i prirode podataka pretpostavite koji bi mogao biti period sezonalne komponente te spremite podatke u varijablu `pivo` tipa `ts`.

## Desezonalizacija niza

Očito je da će proizvodnja piva ovisiti o mjesecima, jer će u nekim mjesecima potrošnja biti veća, a u drugim manja. Procijenite sezonalnu komponentu, spremite ju u varijablu `pivo.s`, a desezonalizirane podatke u varijablu `pivo.ds`.

## Desezonaliziran niz

Grafički prikazite desezonalizirani niz. Razmotrite moguće modele za procjenu trenda. Polinom kojeg stupnja možete sugerirati kao pogodan model?

# Utvrdjivanje trenda

Procijenite parametre modela i prikažite graf modela uz desezonalizirane podatke.

# Malo o trendu

```
> summary(lm_pivo)
```

Call:

```
lm(formula = pivo.ds ~ I(t - 1956) + I((t - 1956)^2) + I((t - 1956)^3) + I((t - 1956)^4))
```

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-38.5437	-6.4047	0.2766	5.9089	35.5035

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t )	
(Intercept)	9.039e+01	2.297e+00	39.345	< 2e-16	***
I(t - 1956)	-3.619e+00	8.060e-01	-4.490	8.98e-06	***
I((t - 1956)^2)	8.815e-01	8.293e-02	10.629	< 2e-16	***
I((t - 1956)^3)	-3.458e-02	3.149e-03	-10.982	< 2e-16	***
I((t - 1956)^4)	3.945e-04	3.947e-05	9.994	< 2e-16	***

---

Signif. codes: 0 '\*\*\*' 0.001 '\*\*' 0.01 '\*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 10.15 on 471 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.8833, Adjusted R-squared: 0.8823

# Što s ostacima?

Nacrtajte graf ostataka i provjerite koreliranost grešaka.

## Greške modeliramo kao ARMA proces

Uočavamo da su greške korelirane i ne možemo ih okarakterizirati kao bijeli šum. Zato greške modeliramo kao specijalnu klasu stacionarnih procesa - ARMA( $p, q$ ) *autoregressive moving-average* procesom.

Slučajni proces  $\{X_t : t \in \mathbb{Z}\}$  zove se ARMA( $p, q$ ) proces ako je  $(X_t)$  stacionaran i za svaki  $t$  vrijedi

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \phi_2 X_{t-2} - \dots - \phi_p X_{t-p} = Z_t + \theta_1 Z_{t-1} + \dots + \theta_q Z_{t-q},$$

gdje je  $(Z_t) \sim WN(0, \sigma^2)$ . Kažemo da je  $(X_t)$  ARMA( $p, q$ ) proces s srednjom vrijednosti  $\mu$  ako je  $(X_t - \mu)$  ARMA( $p, q$ ) proces.

Ako je  $\phi_1 = \phi_2 = \dots = \phi_p = 0$  proces zovemo MA( $q$ ), a ako je  $\theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_q = 0$  AR( $p$ ).



## Kako identificiramo pojedine procese?

Odgovarajući stupanj (*lag*) AR ili MA modela možemo procijeniti iz grafa acf i pacf.

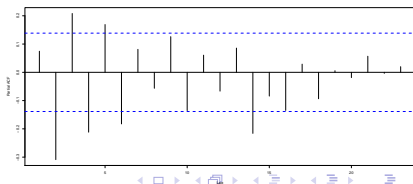
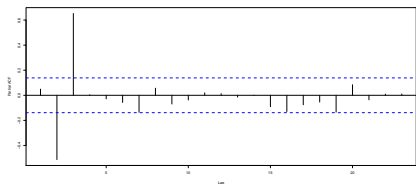
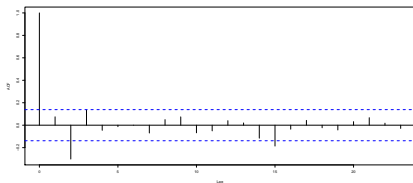
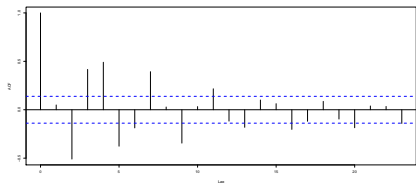
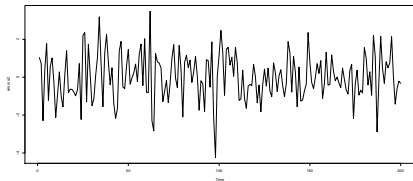
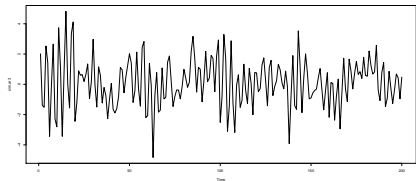
	acf	pacf
AR(p)	skok u lagu p, nakon toga geometrijski opada	nagli pad nakon laga p
MA(q)	nagli pad nakon laga q	skok u lagu q, nakon toga geometrijski opada

Simulirajmo AR(3), MA(2) i ARMA(2,3) procese.

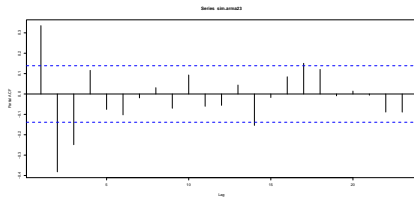
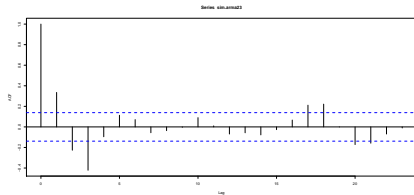
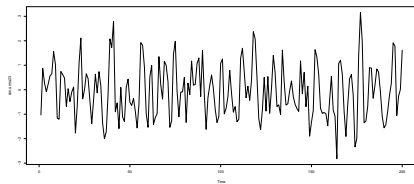
```
> arima.sim
function (model, n, rand.gen = rnorm, innov = ...)

> sim.ar3=arima.sim(list(ar=c(0.4,-0.5,0.6)),n=200)
> sim.ma2=arima.sim(list(ma=c(0.4,-0.6)),n=200)
> sim.arma23=arima.sim(list(ar=c(0.4,-0.6),
+ ma=c(-0.1,0.3,-0.2)),n=200)
```

# Graf niza, ACF-a i PACF-a za AR(3) i MA(2)



# Za ARMA procese grafovi prikazuju sljedeće



# Procjena parametara

Nakon što identificiramo model (AR/MA/ARMA) možemo procijeniti parametre. Kako vrlo često ne znamo broj i tip parametara, najbolji model odabiremo pomoću AIC kriterija.

Ako naslućujemo (npr. iz grafa PACF) da se radi o AR procesu možemo koristiti proceduru `ar` koja će nam pomoću AIC kriterija i Yule-Walker procedure dati broj parametara i njihovu procjenu.

Korištenjem procedure `ar` procijenite stupanj i parametre AR modela za simulirane AR(3) podatke.

Općenito, parametre ARMA( $p, q$ ) modela uz poznate stupnjeve  $p$  i  $q$  možemo procijeniti pomoću procedure

```
> arima(x, order = c(0, 0, 0), include.mean = TRUE, ...)
```

Procijenite parametre simuliranih MA(2) i ARMA(2,3) modela.

# Zadatak

Napišite funkciju `arma_AIC(x, n)` koja AIC kriterijem odabire najbolji ARMA( $p, q$ ) model za podatke  $x$ , pri čemu je  $p + q \leq n$ . Funkcija ispisuje dobivene stupnjeve  $p$  i  $q$  te pripadnu vrijednost AIC-a.



## Procjena parametara ARMA modela

Funkcijom `arma_AIC` procijenit ćemo stupnjeve ARMA modela za simulirane ARMA(2,3) podatke te za rezidualne iz primjera `pivo`.

```
> arma_AIC(sim.arma23,10)
4 5 -21.123
> arma_AIC(lm_pivo$res,10)
5 4 -212.34
```

Dobili smo da je za modeliranje ostataka proizvodnje piva najbolji ARMA(5,4) model. Procjenite parametre modela i provjerite jesu li dobiveni reziduali iz klase bijelog šuma.

# Predviđanje budućih vrijednosti

Predvidite idućih 12 vrijednosti prodaje pive (tj. za iduće godišnje razdoblje).

Procijenimo i pouzdane intervale (koristimo asimptotsku formulu za 95%-pouzdan interval za vrijednost ARMA( $p, q$ ) procesa).

- > `error=procjena.arma$se`
- > `pivo.bud=pivo.bu-2*error`
- > `pivo.bug=pivo.bu+2*error`