

Domaća zadaća iz Financijskog modeliranja 2

Zadatak 9. Neka je $B = (B_t : t \geq 0)$ Brownovo gibanje. Odredite varijancu slučajne varijable X ako je

(a) $X = \int_0^1 e^t (\sin(B_t) + \cos(B_t)) dB_t$

(b) $X = \int_0^1 \operatorname{sh}(B_t) dB_t$

Zadatak 10. Neka je $B = (B_t : t \geq 0)$ Brownovo gibanje i $X = (X_t : t \geq 0)$ slučajan proces definiran s $X_t = (1 + \frac{1}{3}B_t)^3$. Primjenom Itôve formule dokažite da proces X zadovoljava stohastičku diferencijalnu jednačbu

$$dX_t = \frac{1}{3}X_t^{1/3} + X_t^{2/3}dB_t, \quad X_0 = 1.$$

Zadatak 11. Neka je $B = (B_t : t \geq 0)$ Brownovo gibanje. Primjenom Itôve formule dokažite da je slučajan proces $X = (X_t : t \geq 0)$, definiran s $X_t = e^{\frac{t}{2}} \cos B_t$, martingal obzirom na Brownovsku filtraciju.