

Domaća zadaća iz Financijskog modeliranja 2

Zadatak 5. Neka je $(B_t)_{t \geq 0}$ Brownovo gibanje. Dokažite da je proces $X = (X_t)_{t \geq 0}$ definiran s

$$X_t = B_t^3 - 3 \int_0^t B_s ds, \quad t \geq 0,$$

martingal obzirom na prirodnu filtraciju za B .

Zadatak 6. Neka je $(B_t)_{t \geq 0}$ Brownovo gibanje i $a, b \in \mathbb{R}$. Dokažite da je slučajni proces $X = X_t : t \geq 0$ definiran s $X_t = \exp(aB_t + bt)$, $t \geq 0$ martingal ako i samo ako je $a^2 + 2b = 0$.

Zadatak 7.

- (a) Odredite 1-varijaciju and 2-varijaciju funkcije $f(t) = t$.
- (b) Pokažite da je kvadratna kovarijacija dvaju nezavisnih Brownovih gibanja konačna i jednaka 0.

5. c) Neka $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ v.p. Prvo pokažite da vrijedi: $\mathbb{E}[\int_0^t X_s ds | \mathcal{G}] = \int_0^t \mathbb{E}[X_s | \mathcal{G}] ds$, za svaku σ -algebru $\mathcal{G} \subset \mathcal{F}$.

7. a) $V_t(f) = t$, b) $V_t^{(2)}(f) = 0$.