

Zadatak 1. Provjerite dopuštaju li sljedeći modeli financijskog tržišta arbitražu. Ukoliko je odgovor potvrđan, odredite sve portfelje koji su arbitraža. Je li model financijskog tržišta potpun?

- (a) Model financijskog tržišta sastoji se od tri elementarna događaja $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ i dvije osnovne financijske imovine: nerizična imovina S^0 koja se ukamaćuje po kamatnoj stopi $r = 1/9$ i rizična imovina S^1 t.d. je $S_0^1 = 5$ i

$$S_1^1(\omega_1) = \frac{60}{9}, \quad S_1^1(\omega_2) = \frac{40}{9}, \quad S_1^1(\omega_3) = \frac{30}{9}.$$

- (b) Model financijskog tržišta sastoji se od tri elementarna događaja $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$ i tri osnovne financijske imovine: nerizična imovina S^0 koja se ukamaćuje po kamatnoj stopi $r = 1/9$ i rizične imovine S^1 i S^2 t.d. je $S_0^1 = 5$, $S_0^2 = 10$ i

$$\begin{aligned} S_1^1(\omega_1) &= \frac{60}{9}, & S_1^1(\omega_2) &= \frac{60}{9}, & S_1^1(\omega_3) &= \frac{40}{9}, \\ S_1^2(\omega_1) &= \frac{120}{9}, & S_1^2(\omega_2) &= \frac{80}{9}, & S_1^2(\omega_3) &= \frac{80}{9}. \end{aligned}$$

Zadatak 2. Promotrite model financijskog tržišta koji se sastoji od dva elementarna događaja $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$ i dvije osnovne financijske imovine: nerizična imovina S^0 koja se ukamaćuje po kamatnoj stopi $r = 1/9$ i rizična imovina S^1 t.d. je $S_0^1 = 5$ i

$$S_1^1(\omega_1) = \frac{60}{9}, \quad S_1^1(\omega_2) = \frac{40}{9}.$$

- (a) Odredite cijenu forward ugovora s dostavnom cijenom $K = \frac{55}{9}$. Odredite dostavnu cijenu K t.d. je cijena forward ugovora jednaka 0.
- (b) Odredite cijenu call opcije s cijenom izvršenja $K = \frac{55}{9}$.
- (c) Odredite cijenu put opcije s cijenom izvršenja $K = \frac{55}{9}$.

Zadatak 3. Promotrite model financijskog tržišta iz zadatka 1(a).

- (a) Odredite skup $\Pi(C^{\text{call}})$, gdje je C^{call} call opcija s cijenom izvršenja $K = \frac{55}{9}$.
- (b) Odredite skup $\Pi(C^{\text{put}})$, gdje je C^{put} put opcija s cijenom izvršenja $K = \frac{55}{9}$.
- (c) Riješite (a) direktno t.d. eliminirate cijene koje vode arbitraži.

1. a) Ne dopušta arbitražu i nije potpuno je jer $\mathcal{P} = \{(\lambda, 2 - 3\lambda, 2\lambda - 1) : \lambda \in (1/2, 2/3)\}$, b) Kako je $\mathcal{P} = \emptyset$ slijedi da tržište dopušta arbitražu. Sve arbitraže su oblika $\phi = (0, 2\lambda, -\lambda)$, $\lambda > 0$.

2. a) $C^{\text{fw}} = -1/2$, $K = \frac{50}{9}$, b) $C^{\text{call}} = 1/4$, c) $C^{\text{put}} = 3/4$.

3. a) $\Pi(C^{\text{call}}) = (\frac{1}{4}, \frac{1}{3})$, b) $\Pi(C^{\text{put}}) = (\frac{3}{4}, \frac{5}{6})$, c) Uputa: promatrajte financijsko tržište s financijskim imovinama S^0 , S^1 , S^2 , gdje je $S_1^2 = C^{\text{call}}$ i $S_0^2 = x$, te portfelje $\phi = (\phi^0, \phi^1, -1)$ i $\psi = (\psi^0, \psi^1, 1)$. Odredite pod kojima uvjetima na x ne postoje arbitraže oblika ϕ i ψ .