

Financijsko modeliranje

predavanja

Zoran Vondraček

4. ožujka 2008.

Sadržaj

0	Uvod	3
0.1	Cilj kolegija	3
0.2	Financijsko tržište i opcije	6
0.3	Osnovne ideje određivanja cijene opcija	8
0.4	Neprekidni modeli kretanja cijena dionica	13
1	Modeli u diskretnom vremenu - jednoperiodni modeli	17
1.1	Opis modela: imovine, portfelji i arbitraža	17
1.2	Nepostojanje arbitraže i martingalna mjera	20
1.3	Izvedene vrijednosnice	24
1.4	Potpuni modeli tržišta	30
1.5	Rizik i povrat	30
2	Modeli u diskretnom vremenu - dinamički modeli	36
2.1	Imovine, strategije i arbitraža	36
2.2	Martingali i mogućnost arbitraže	43
2.3	Potpuni modeli tržišta	51
2.4	Uvod u američke opcije	55
2.5	CRR model	58
3	Problem optimalnog zaustavljanja i američke opcije	67
3.1	Vrijeme zaustavljanja	67
3.2	Snellov omotač i optimalno zaustavljanje	69
3.3	Primjena na američke opcije	76
3.4	Američka put opcija u CRR modelu	80
4	Brownovo gibanje	86
4.1	Skalirana slučajna šetnja	86

4.2	Brownovo gibanje	94
4.3	Kvadratna varijacija	97
4.4	Markovljevo svojstvo	103
4.5	Distribucija vremena prvog prijelaza	105
5	Itôv integral	109
5.1	Itôv integral za jednostavne integrande	109
5.2	Itôv integral za opće integrande	115
5.3	Itôva formula	118
5.3.1	Itôva formula za Brownovo gibanje	118
5.3.2	Formula za Itôv proces	123
5.3.3	Primjeri	125
5.4	Black-Scholes-Mertonova jednadžba	130
5.4.1	Black-Scholes-Mertonov model	130
5.4.2	Call i put opcija	131
5.4.3	“Hedging” i “Grci”	137
6	Ekvivalentna martingalna mjera	145
6.1	Girsanovljev teorem	145
6.2	BSM-model i vjerojatnost neutralna na rizik	151
6.3	Teorem o reprezentaciji martingala	157
6.4	Dionice s dividendama	159
6.5	Forwards i futures	165