

Matematička logika i računarstvo

treća domaća zadaća

Vedran Čačić

15. srpnja 2020.

Rješenja pošaljite mailom na veky@math.hr najkasnije do 1. rujna 2020.

Prvi zadatak

Promotrite sljedeća svojstva podskupova od \mathbb{N} : odlučivost (rekurzivnost), primitivna rekurzivnost, aritmetičnost, reprezentabilnost i definabilnost (u PA). Koje implikacije među njima vrijede, a koje ne vrijede? Navedite (ukratko) dokaze odnosno kontraprimjere.

Drugi zadatak

Cejtinov algoritam u polinomnom vremenu pretvara proizvoljnu formulu logike sudova u *jednakoispunjivu* formulu u konjunktivnoj normalnoj formi. Postoji li algoritam koji u polinomnom vremenu pretvara proizvoljnu formulu logike sudova u *ekvivalentnu* formulu u konjunktivnoj normalnoj formi? Obrazložite!

Treći zadatak

U Coqu definirajte induktivni tip logičkih izraza koji podržavaju logičku konstantu \top (istina), operator negacije \neg te ternarni (uvjetni) operator $(?:$ u programskom jeziku C). Definirajte semantiku tih izraza (kao preslikavanje u `bool`). Definirajte optimizaciju na tim izrazima koja preslikava $(p? \top : \neg \top) \mapsto p$ (za svaki p) i dokažite njenu korektnost.

Četvrti zadatak

Kojoj operaciji na brojevima odgovara aplikacija na Churchovim numeralima? Drugim riječima, karakterizirajte operaciju $\#$ takvu da je $C_n C_m \Rightarrow^* C_{n\#m}$, gdje je C_n Churchov numeral broja n . Dokažite to.