

# MATEMATIČKA LOGIKA

21. 06. 2006.

1. U sistemu prirodne dedukcije odredite izvod za

$$(\neg P \vee Q) \rightarrow R \vdash (P \rightarrow Q) \rightarrow R.$$

2. Primjenom glavnog testa ispitajte ispunjivost formule

$$(\forall x \exists y R(x, y) \vee \forall y (\exists x P(y, x) \rightarrow (\neg \forall x R(x, y)))) \rightarrow (\exists x \forall y R(x, y) \wedge \forall y (\exists x P(y, x) \rightarrow \forall x R(x, y))).$$

Ako je formula ispunjiva, odredite neku strukturu koja je njen model.

3. Neka je  $T$  konzistentna teorija prvog reda. Za neki model  $\mathcal{M}$  od  $T$  označimo sa  $Th(\mathcal{M})$  skup svih formula  $F$  teorije  $T$  takvih da je  $\mathcal{M}$  model za  $F$ . Dokažite da je teorija  $T$  potpuna ako i samo ako za svaka dva modela  $\mathcal{M}$  i  $\mathcal{N}$  od  $T$  vrijedi  $Th(\mathcal{M}) = Th(\mathcal{N})$ .
4. Neka je  $S \subseteq \mathbf{N}$  rekurzivan skup. Mora li funkcija  $f : S \rightarrow \mathbf{N}$  definirana sa  $f(x) = x^2$ ,  $\forall x \in S$  biti parcijalno rekurzivna?
5. Postoji li  $e \in \mathbf{N}$  takav da je domena dvomjesne funkcije  $\{e\}$  jednaka skupu  $\{(e, e)\}$ ?

Zvonko Iljazović