

1	2	3	4	5	$\Sigma$

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

PROFESOR

ASISTENT

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – prvi kolokvij

26. travnja 2006.

1. a) Neka je  $ABCD A'B'C'D'$  paralelepiped. Ako je  $T$  polovište dužine  $\overline{C'D'}$ , izrazite vektor  $\overrightarrow{AT}$  pomoću vektora  $\overrightarrow{BC}$ ,  $\overrightarrow{DC}$  i  $\overrightarrow{BB'}$ .  
 b) Za koje vrijednosti parametara  $m, n \in \mathbb{R}$  su vektori  $(2, m+1, m-1)$  i  $(-1, n-2, -2)$  kolinearni ?  
 c) Izračunajte mješoviti produkt  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$  vektora  $\vec{a} = (1, 1, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 2, 3)$  i  $\vec{c} = (-1, -3, -6)$ .  
 d) Napišite jednadžbu pravca kroz točku  $(1, 2, 1)$  koji je paralelan s pravcem  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-7}{13} = \frac{z-2}{1}$ .  
 e) Pravci  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{0}$  i  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{0}$  su:  
     a) paralelni, ali različiti     b) mimosmjerni     c) sijeku se u točki     d) isti.
  
2. Neka su  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  vektori takvi da je  $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $|\vec{c}| = 1$ .  
 Izračunajte  $\vec{b} \cdot (\vec{a} - \vec{c}) + \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c}$ .
  
3. Neka je  $ABCD$  paralelogram,  $E$  polovište dužine  $\overline{AB}$ ,  $F$  točka na stranici  $\overline{BC}$  takva da je  $2|BF| = |FC|$ , te neka je  $G$  točka u kojoj se sijeku  $CE$  i  $DF$ . U kojem omjeru točka  $G$  dijeli dužine  $\overline{CE}$  i  $\overline{DF}$ ?
  
4. Dane su ravnine
 
$$\begin{array}{lll} \pi_1 & \dots & -x + y + 3z = 0 \\ \pi_2 & \dots & x + 9y - 3z = 0 \\ \pi_3 & \dots & x + 4y - 3z + 5 = 0. \end{array}$$
 Odredite međusobni položaj pravaca  $p_1 = \pi_1 \cap \pi_3$  i  $p_2 = \pi_2 \cap \pi_3$ . Ukoliko se oni sijeku, odredite njihovo sjecište; ukoliko se ne sijeku, odredite njihovu udaljenost.
  
5. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi kroz točku  $(3, 2, 0)$ , siječe pravac  $\frac{x-4}{3} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-3}{2}$  i okomit je na njega.

Prvi zadatak vrijeđi 10 bodova (svaki dio po 2 boda), a ostali zadaci po 5 bodova.

Nije dozvoljeno korištenje tablica s formulama, kalkulatora niti drugih pomagala.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. **Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka!**

1	2	3	4	5	$\Sigma$

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

PROFESOR

ASISTENT

**ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – prvi kolokvij**  
26. travnja 2006.

- Neka je  $ABCDA'B'C'D'$  paralelepiped. Ako je  $T$  polovište dužine  $\overline{C'D}$ , izrazite vektor  $\overrightarrow{AT}$  pomoću vektora  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{DC}$  i  $\overrightarrow{CC'}$ .
  - Za koje vrijednosti parametara  $m, n \in \mathbb{R}$  su vektori  $(m+2, -4, n-5)$  i  $(m-1, 2, m+3)$  kolinearni?
  - Izračunajte mješoviti produkt  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$  vektora  $\vec{a} = (1, 4, -1)$ ,  $\vec{b} = (2, 3, -2)$  i  $\vec{c} = (-1, 1, 2)$ .
  - Napišite jednadžbu pravca koji prolazi točkom  $(1, 2, 1)$  i okomit je na ravninu  $7x + 5y + 14z = 0$ .
  - Pravci  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z-1}{-1}$  i  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{0}$  su:
    - paralelni, ali različiti
    - mimosmjerni
    - sijeku se u točki
    - isti.
- Neka su  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  vektori takvi da je  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ ,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $|\vec{c}| = 3$ . Izračunajte  $(2\vec{a} - \vec{c}) \cdot \vec{b} + 2\vec{a} \cdot \vec{c}$ .
- Neka je  $ABCD$  paralelogram,  $E$  točka na stranici  $\overline{AB}$  takva da je  $|AE| = 2|EB|$ ,  $F$  polovište dužine  $\overline{BC}$ , te neka je  $G$  točka u kojoj se sijeku  $CE$  i  $DF$ . U kojem omjeru točka  $G$  dijeli dužine  $\overline{CE}$  i  $\overline{DF}$ ?
- Dane su ravnine
 
$$\begin{array}{lll} \pi_1 & \dots & 6x + y + 2z = 0 \\ \pi_2 & \dots & x + 2y + 4z = 0 \\ \pi_3 & \dots & 5x - y - 2z = 11. \end{array}$$

Odredite međusobni položaj pravaca  $p_1 = \pi_1 \cap \pi_3$  i  $p_2 = \pi_2 \cap \pi_3$ . Ukoliko se oni sijeku, odredite njihovo sjecište; ukoliko se ne sijeku, odredite njihovu udaljenost.

- Odredite jednadžbu pravca koji prolazi kroz točku  $(4, -1, 2)$ , siječe pravac  $\frac{x-5}{2} = \frac{y-7}{3} = \frac{z+2}{-2}$  i okomit je na njega.

Prvi zadatak vrijeđi 10 bodova (svaki dio po 2 boda), a ostali zadaci po 5 bodova.

Nije dozvoljeno korištenje tablica s formulama, kalkulatora niti drugih pomagala.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. **Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka!**

1	2	3	4	5	$\Sigma$

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

PROFESOR

ASISTENT

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – prvi kolokvij

26. travnja 2006.

1. a) Neka je  $ABCD A'B'C'D'$  paralelepiped. Ako je  $T$  polovište dužine  $\overline{BC'}$ , izrazite vektor  $\overrightarrow{AT}$  pomoću vektora  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  i  $\overrightarrow{CC'}$ .  
 b) Za koje vrijednosti parametara  $m, n \in \mathbb{R}$  su vektori  $(1, m, 3)$  i  $(-3, n - m, n - 5)$  kolinearni ?  
 c) Izračunajte mješoviti produkt  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$  vektora  $\vec{a} = (3, 4, 5)$ ,  $\vec{b} = (2, 1, -1)$  i  $\vec{c} = (1, 3, 5)$ .  
 d) Napišite jednadžbu ravnine kroz točku  $(1, 2, 1)$  koja je paralelna sa  $7x + 5y + 14z = 0$ .  
 e) Pravci  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{0}$  i  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{0}$  su:  
     a) paralelni, ali različiti     b) mimosmjerni     c) sijeku se u točki     d) isti.
  
2. Neka su  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  vektori takvi da je  $\vec{a} = 2\vec{b} - \vec{c}$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $|\vec{c}| = 2$ .  
 Izračunajte  $(\vec{a} + \vec{c}) \cdot \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} \cdot \vec{c}$ .
  
3. Neka je  $ABCD$  paralelogram,  $E$  polovište dužine  $\overline{AB}$ ,  $F$  točka na stranici  $\overline{BC}$  takva da je  $|BF| = 2|FC|$ , te neka je  $G$  točka u kojoj se sijeku  $DE$  i  $AF$ . U kojem omjeru točka  $G$  dijeli dužine  $\overline{DE}$  i  $\overline{AF}$ ?
  
4. Dane su ravnine
 
$$\begin{array}{lll} \pi_1 & \dots & -2x + y + 2z = 0 \\ \pi_2 & \dots & -2x + y + 3z = 0 \\ \pi_3 & \dots & 2x - y - z = 2. \end{array}$$
 Odredite međusobni položaj pravaca  $p_1 = \pi_1 \cap \pi_3$  i  $p_2 = \pi_2 \cap \pi_3$ . Ukoliko se oni sijeku, odredite njihovo sjecište; ukoliko se ne sijeku, odredite njihovu udaljenost.
  
5. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi kroz točku  $(2, 1, -2)$ , siječe pravac  $\frac{x+3}{4} = \frac{y-4}{-3} = \frac{z+2}{2}$  i okomit je na njega.

Prvi zadatak vrijedi 10 bodova (svaki dio po 2 boda), a ostali zadaci po 5 bodova.

Nije dozvoljeno korištenje tablica s formulama, kalkulatora niti drugih pomagala.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. **Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka!**

1	2	3	4	5	$\Sigma$

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

PROFESOR

ASISTENT

## ELEMENTARNA MATEMATIKA 2 – prvi kolokvij

26. travnja 2006.

1. a) Neka je  $ABCD A'B'C'D'$  paralelepiped. Ako je  $T$  polovište dužine  $\overline{CC'}$ , izrazite vektor  $\overrightarrow{AT}$  pomoću vektora  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  i  $\overrightarrow{DD'}$ .  
 b) Za koje vrijednosti parametara  $m, n \in \mathbb{R}$  su vektori  $(m+n, 1, -1)$  i  $(m+5, -2, n)$  kolinearni ?  
 c) Izračunajte mješoviti produkt  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$  vektora  $\vec{a} = (-2, 1, 2)$ ,  $\vec{b} = (4, -2, 1)$  i  $\vec{c} = (1, -1, 3)$ .  
 d) Napišite jednadžbu ravnine kroz točku  $(1, 2, 1)$  koja je okomita na pravac  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-7}{13} = \frac{z-2}{1}$ .  
 e) Pravci  $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$  i  $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{2}$  su:  
     a) paralelni, ali različiti     b) mimosmjerni     c) sijeku se u točki     d) isti.
  
2. Neka su  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$  vektori takvi da je  $\vec{b} = \vec{a} - 2\vec{c}$ ,  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $|\vec{c}| = 1$ .  
 Izračunajte  $(\vec{a} - 2\vec{c}) \cdot \vec{b} - 2\vec{a} \cdot \vec{c}$ .
  
3. Neka je  $ABCD$  paralelogram,  $E$  točka na stranici  $\overline{AB}$  takva da je  $2|AE| = |EB|$ ,  $F$  polovište dužine  $\overline{BC}$ , te neka je  $G$  točka u kojoj se sijeku  $DE$  i  $AF$ . U kojem omjeru točka  $G$  dijeli dužine  $\overline{DE}$  i  $\overline{AF}$ ?
  
4. Dane su ravnine
 
$$\begin{array}{lll} \pi_1 & \dots & 4x + 3y + z = 0 \\ \pi_2 & \dots & -2x + 3y + z = 0 \\ \pi_3 & \dots & -x + 6y + 2z = 9. \end{array}$$
 Odredite međusobni položaj pravaca  $p_1 = \pi_1 \cap \pi_3$  i  $p_2 = \pi_2 \cap \pi_3$ . Ukoliko se oni sijeku, odredite njihovo sjecište; ukoliko se ne sijeku, odredite njihovu udaljenost.
  
5. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi kroz točku  $(3, -1, -1)$ , siječe pravac  $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-6}{-3}$  i okomit je na njega.

Prvi zadatak vrijedi 10 bodova (svaki dio po 2 boda), a ostali zadaci po 5 bodova.

Nije dozvoljeno korištenje tablica s formulama, kalkulatora niti drugih pomagala.

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. **Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka!**