ALGEBARSKA TOPOLOGIJA 2011/12

Druga tjedna zadaća 19. rujna 2011.

1. Neka su brojevi $v, e, f \in \mathbb{N}$ takvi da je $v - e + f = 2$. Konstruiraj ćelijsku strukturu 2-sfere $\mathbb{S}^2$ koja ima v 0-ćelija, e 1-ćelija i f 2-ćelija.

2. Navedi sve potkomplekse od $\mathbb{S}^\infty$, u standardnoj ćelijskoj strukturi od $\mathbb{S}^\infty$, kojima je n-skelet jednak $\mathbb{S}^n$.

3. Znamo da je n-sfere $\mathbb{S}^n$ homeomorfna jednotočkovnoj kompaktifikaciji prostora $\mathbb{R}^n$. Je li beskonačnodimenzionalna sfera $\mathbb{S}^\infty = \bigcup_n \mathbb{S}^n$ homeomorfna jednotočkovnoj kompaktifikaciji prostora $\mathbb{R}^\infty = \bigcup_n \mathbb{R}^n$?

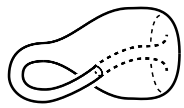
4. Pokaži da je beskonačnodimenzionalna sfera $\mathbb{S}^\infty$ kontraktibilna.
[*Uputa:* Promatraj $\mathbb{S}^\infty$ kao potprostor od $\mathbb{R}^\infty$.]

5. (*a*) Pokaži da je za svako preslikavanja $f : \mathbb{S}^1 \to \mathbb{S}^1$ cilindar preslikavanja CW kompleks. Opiši ćelijsku strukturu.

   (*b*) Konstruiraj 2-dimenzionalni CW kompleks koji sadrži kao deformacijske retrakte i vijenac (cilindar) $\mathbb{S}^1 \times I$ i Möbiusovu traku.

6. Pokaži da je $\mathbb{S}^1 * \mathbb{S}^1 \cong \mathbb{S}^3$, i općenito $\mathbb{S}^m * \mathbb{S}^n \cong \mathbb{S}^{m+n+1}$.

7. Pokaži da je prostor koji se dobije kada na sferu $\mathbb{S}^2$ nalijepimo n 2-ćelija duž bilo koje familije od n kružnica, homotopski ekvivalentan wedgeu od $n + 1$ 2-sfera.

8. Neka je $X \subseteq \mathbb{R}^3$ potprostor kojeg čini Kleinova boca kada se na „uobičajeni" način „smjesti" u $\mathbb{R}^3$, s kružnicom kao samopresjekom (radi se zapravo o *imerziji*), kao na slici.
   
   Pokaži da je $X \simeq \mathbb{S}^1 \vee \mathbb{S}^1 \vee \mathbb{S}^2$.