

MATEMATIKA 2 – druga zadaća

8. 5. 2013.

- Posljednji rok za predaju zadaće je **13. svibnja 2013. u 19 sati**.
- Rezultati zadaće će biti objavljeni 16. svibnja 2013. u 8 sati na adresi <http://web.math.pmf.unizg.hr/~kslaven/m2.html>.
- Termin uvida će biti objavljen zajedno s rezultatima.

1. (2) Zadana je funkcija f s $f(x, y, z) = \frac{1}{x}y^z$.

(a) Odredite prirodno područje definicije funkcije f .

(b) Koristeći lančano pravilo izračunajte $\frac{df}{dt}$ ako je

$$x(t) = e^t, \quad y(t) = \cos t, \quad z(t) = t.$$

2. (2) Ispitajte ekstreme funkcije f zadane s

$$f(x, y, z) = x^2 - y^2 - 4z^2 - 4z - 2y + 1.$$

3. (2) Zadane su jedinična kugla $\mathcal{K} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}$ i njena gornja polukugla $\mathcal{P} = \{(x, y, z) \in \mathcal{K} : z > 0\}$. Izračunajte integrale

$$(a) \int \int \int_{\mathcal{K}} f \, dx \, dy \, dz, \quad (b) \int \int \int_{\mathcal{P}} f \, dx \, dy \, dz,$$

ako je funkcija f dana s $f(x, y, z) = \frac{1}{x^2 + y^2 + z^2}$.

4. (2) Zadano je vektorsko polje F i zadana je krivulja $\gamma : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$,

$$F(x, y, z) = \left(-x, y^2, \frac{z}{x^2 + y^2}\right), \quad \gamma(t) = (\cos t, \sin t, t).$$

Izračunajte krivuljni integral $\int_{\gamma} F \, d\gamma$.

5. (2) Zadan je skup

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^3 - y^2 + z = 0\}.$$

(a) Dokažite da je skup \mathcal{S} ploha.

(b) Napišite koordinate neke točke plohe \mathcal{S} .

Slaven Kožić