

MATEMATIKA 2 – prva zadaća

23.3.2012.

- Posljednji rok za predaju zadaće je **29. ožujka 2012.**
- Rezultati zadaće bit će objavljeni 2. travnja 2012. na adresi <http://web.math.hr/~kslaven/m2.html>.
- Uvid u zadaće bit će 13. travnja 2012. u 11:00, u uredu 207 na PMF-MO.

1.(2) Gaussovom metodom eliminacije riješite sljedeći sistem jednadžbi

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= -1 \\x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 1 \\-x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 &= 0 \\2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 1.\end{aligned}$$

2.(2) Zadani su vektori $v_1 = (1, 3, 0)$, $v_2 = (0, 1, 3)$ i $v_3 = (1, 2, -3)$ u vektorskom prostoru \mathbb{R}^3 .

- (a) Čine li oni bazu prostora \mathbb{R}^3 ? Obrazložite! (1)
- (b) Može li se vektor $w = (1, 4, 4)$ zapisati kao njihova linearna kombinacija? (1)

3.(4) Zadana su dva linearna operatora $A, B: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Operator A zadan je svojom matricom u standardnoj kanonskoj bazi (e_1, e_2, e_3) prostora \mathbb{R}^3

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

a operator B svojim djelovanjem, također na standardnoj kanonskoj bazi,

$$Be_1 = 2e_1 + e_2, \quad Be_2 = 3e_2 - e_3, \quad Be_3 = e_1 + 2e_3.$$

- (a) Odredite matricu operatora B u standardnoj kanonskoj bazi. (1)
- (b) Za vektor $v = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^3$ izračunajte Bv . (1)
- (c) Odredite matricu kompozicije $A \circ B$ u standardnoj kanonskoj bazi. (1)
- (d) Izračunajte rangove operatora A , B i $A \circ B$. (1)

4.(2) Za matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

izračunajte

$$A^{-1} + 2B.$$