Matematika 2 za kemičare

pismeni ispit, 23. siječnja 2013.

Franka Miriam Brückler & Slaven Kožić

Rješenja prva četiri zadatka pišite i predajte odvojeno od rješenja petog zadatka.
Konačni rezultati pismenog ispita i raspored usmenih ispita bit će objavljeni u tijeku utorka, 29. siječnja na web-stranici kolegija.

1. **(5+15)** Zadan je linearan operator $A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ svojim zapisom u standardnoj kanonskoj bazi
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$
   (a) Izračunajte Av za vektor $v = (3, 0, 1)$.
   (b) Zapišite matricu operatora A u bazi $((2, -1, 0), (-1, 2, -1), (0, -1, 2))$.

2. **(20)** Pronađite stacionarne točke, zapišite Hesseovu matricu i ispitajte ekstreme funkcije $f\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,
$$f(x, y, z) = e^x(x^2 + y^2 + xy + 2yz + z).$$

3. **(20)** Riješite zadaću
$$\begin{cases} y'' + 6y' + 5y = \sin x + x^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

4. **(10+10)** Ispitajte konvergenciju sljedećih redova
   (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n-1}{2n+2}\right)^{n/3}$;
   (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \frac{1}{2n}}$.

5. **(20)** Adijabatska reverzibilna ekspanzija idealnog plina karakterizirana je jednadžbom $VT^c = k$ (k je konstanta), gdje je $c = \frac{C_{V,\mathrm{m}}}{R}$, gdje je $R = 8{,}3145\ \mathrm{J\ K^{-1}\ mol^{-1}}$ opća plinska konstanta, a $C_{V,\mathrm{m}}$ molarni izohorni toplinski kapacitet. Ovisnost temperature plina T (u K) o volumenu V pri takvoj se ekspanziji može se opisati formulom
$$T = \left(\frac{k}{V}\right)^{1/c}.$$
Neka množina argona podvrgnuta je adijabatskoj reverzibilnoj ekspanziji i može ga se smatrati idealnim plinom. Izmjerene su sljedeće vrijednosti:

$\vartheta/{}^\circ\mathrm{C}$	25,0	0,00	−50,0	−85,0
V/L	0,50	0,57	0,77	1,00

Odredite iznose konstante k i molarnog izohornog toplinskog kapaciteta za argon!