

Matematika 2 za kemičare

pismeni ispit, 21. studenog 2012.

Franka Miriam Brückler & Slaven Kožić

Rješenja prva četiri zadatka pišite i predajte odvojeno od rješenja petog zadatka.

1. (20) Riješite sustav linearnih jednadžbi

$$x_1 + x_2 + x_4 = 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_2 + x_3 + x_4 = 0$$

$$x_1 + x_3 + x_4 = 1.$$

2. (8+3+9) Zadana je funkcija $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 - 2z$.

(a) Dokažite da je skup $\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : f(x, y, z) = 0\}$ ploha.

(b) Napišite koordinate bilo koje tri točke koje se nalaze na plohi \mathcal{S} .

(c) Izaberite jednu od tri točke iz (b) dijela zadatka i napišite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu \mathcal{S} u toj točki.

3. (20) Riješite zadaću

$$\begin{cases} y'' + y' - 2y = (x - 1) \sin x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$$

4. (20) Zadana je funkcija $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y, z) = ze^{\sqrt{x^2+y^2}}$, i zadani su cilindri \mathcal{C}_1 i \mathcal{C}_2 visine 1 čije su baze krugovi u xy -ravnini, radijusa 1 i 2, s centrom u ishodištu, tj.

$$\mathcal{C}_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1 \text{ i } z \in [0, 1]\};$$

$$\mathcal{C}_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2^2 \text{ i } z \in [0, 1]\}.$$

Ako je \mathcal{C} skup svih točaka koje se nalaze u cilindru \mathcal{C}_2 i ne nalaze se u cilindru \mathcal{C}_1 , tj. $\mathcal{C} = \mathcal{C}_2 \setminus \mathcal{C}_1$, izračunajte

$$\int \int \int_{\mathcal{C}} f(x, y, z) \, dx \, dy \, dz.$$

5. (20) Neka veličina Y koja se mjeri u \heartsuit ovisi o nekoj veličini X koja se mjeri u \spadesuit . Mjerenjem su dobiveni sljedeći podaci:

X/\heartsuit	0,18	0,44	0,59	0,68
Y/\spadesuit	0,52	0,65	0,79	0,94

Veza između X i Y opisana je jednadžbom $\frac{Y}{X} = B(1 + 2AX + A^2X^2)$, gdje su A i B konstante (i B pozitivna). Interpretirajte tu jednadžbu kao jednadžbu pravca $y = ax + b$ uz uvjet $x = X$. Odredite odgovarajući regresijski pravac te iznose konstanti A i B .