

Matematika 2 za kemičare

pismeni ispit, 15. veljača 2012.

Franka Miriam Brückler & Slaven Kožić

Rješenja prva četiri zadatka pišite i predajte odvojeno od rješenja petog zadatka.

1. (20 bodova) Riješite sustav

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 &= 1 \\2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 &= 2 \\x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 &= 1 \\3x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= -1.\end{aligned}$$

2. (20 bodova) Ispitajte ekstreme funkcije

$$f(x, y, z) = x^2 + y^3 + z^2 + 12yz + 4x.$$

3. (20 bodova) Izračunajte krivoljni integral druge vrste

$$\int_{\gamma} x e^y dx + xyz dy + x \sin(xy) dz,$$

ako je $\gamma: [0, \pi^{\frac{1}{3}}] \rightarrow \mathbb{R}^3$ definirana sa

$$\gamma(t) = (t, t^2, t^2).$$

4. (20 bodova) Riješite zadaću

$$\begin{cases} y''' + y = x e^x \\ y(0) = y'(0) = y''(0) = 1. \end{cases}$$

5. (20 bodova) Stehiometrijska matrica predstavlja sažet opis sustava kemijskih reakcija. Radi se o matrici $S = [s_{ij}]$ čiji elementi s_{ij} predstavljaju stehiometrijske koeficijente i -te tvari u j -toj reakciji (uz standardnu konvenciju da su stehiometrijski koeficijenti reaktanata negativni). Rang matrice S je broj nezavisnih reakcija u sustavu.

Što predstavlja broj redaka, a što broj stupaca stehiometrijske matrice? Može li S biti jedinična matrica? Zašto? Ako zamislimo sustav reakcija sa svojstvom da u svakoj sljedećoj po redu reakciji sudjeluje po jedna tvar više nego u prethodnoj (bilo kao dodatni reaktant, bilo kao produkt), koja je veza između broja nezavisnih reakcija i ukupnog broja reakcija u sustavu? Zašto (traži se, naravno, matematički argument)?