

Matematika 2 za kemičare

pismeni ispit, 25. siječanj 2012.

Franka Miriam Brückler & Slaven Kožić

Rješenja prva četiri zadatka pišite i predajte odvojeno od rješenja petog zadatka.

1. U ovisnosti o parametru λ riješite sustav

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = -1$$

$$3x_1 + \lambda x_3 + x_4 = 1$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 2.$$

2. Ispitajte ekstreme funkcije $f(x, y, z) = (x + y^2 + z^3) e^{x+y+z}$.

3. Neka je sa C označena lijeva polukugla jedinične kugle sa centrom u ishodištu, tj.

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1 \text{ i } x \leq 0\}.$$

Izračunajte integral

$$\int \int \int_C e^{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} dx dy dz.$$

4. Ispitajte konvergenciju sljedećih redova:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n} - \sin \frac{\pi}{n+1} \right);$

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^3}{n^2 e^n}.$

5. Neka reakcija tipa $2A + B \rightarrow C$ je trećeg reda. Pritom je parcijalni red reakcije obzirom na A jednak 2, a parcijalni red obzirom na B je 1. Ako je početna koncentracija od A jednaka $1,0 \cdot 10^{-5}$ mol/L, a od B $5,0 \cdot 10^{-3}$ mol/L poznato je da početna brzina reakcije iznosi $4,35 \cdot 10^{-3}$ mol/(L s). Postavite odgovarajuću diferencijalnu jednadžbu i odredite njezino partikularno rješenje koje odgovara zadanim podacima (odredite sve vrijednosti konstanti koje se u tom rješenju pojavljuju).

Potrebne definicije: Brzina reakcije može se opisati kao $\frac{dx}{dt}$, gdje je¹ x povezan s koncentracijom c_J proizvoljnog sudionika J reakcije jednakošću $c_J = c_{J,0} + \nu_J x$ ($c_{J,0}$ je početna koncentracija od J, a ν_J pripadni stehiometrijski koeficijent). Brzina svake reakcije je (u svakom trenutku) proporcionalna umnošku određenih potencija (trenutnih) koncentracija reaktanata, pri čemu se eksponenti zovu parcijalnim redovima reakcije obzirom na odgovarajuće reaktante, a njihov zbroj se zove ukupnim redom reakcije.

¹Varijabilna veličina x zove se koncentracija izvedenih pretvorbi.