

# Matematika 2 za kemičare

pismeni ispit, 14. rujna 2011.

Franka Miriam Brückler & Slaven Kožić

Rješenja prva četiri zadatka pišite i predajte odvojeno od rješenja petog zadatka.

1. U ovisnosti o vrijednosti parametra  $\lambda$  riješite sustav

$$-x_1 + x_3 + x_4 = 1$$

$$x_1 - x_2 + \lambda x_3 = 2$$

$$x_2 + x_3 + x_4 = 3$$

$$x_1 - x_2 + x_4 = 4.$$

2. Neka je  $A: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  linearan operator i neka je  $(e_1, e_2, e_3)$  standardna kanonska baza u  $\mathbb{R}^3$ , tj.  $e_1 = (1, 0, 0)$ ,  $e_2 = (0, 1, 0)$ ,  $e_3 = (0, 0, 1)$ . Ako je

$$Ae_1 = e_1 + 2e_3,$$

$$Ae_2 = 2e_1 - e_2 - e_3,$$

$$Ae_3 = -e_1 + 2e_2 + 2e_3$$

odredite

- (a) matricu operatora  $A$  u standardnoj kanonskoj bazi  $(e_1, e_2, e_3)$ ;
  - (b) vektor  $Av$ , ako je  $v = (1, 2, 3)$ ;
  - (c) matricu operatora  $A$  u bazi  $(e_1 + e_2 + e_3, e_3, -e_1)$ ;
  - (d) barem jednu svojstvenu vrijednost operatora  $A$ .
3. Odredite sve stacionarne točke i ispitajte ekstreme funkcije  $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y, z) = (x + 1)(y + 2)(z + 3).$$

4. Neka je sa  $C$  označen cilindar  $K(0, 1) \times \mathbb{R}$  u  $\mathbb{R}^3$ . (Sa  $K(0, 1)$  je označen jedinični krug u  $xy$ -ravnini sa središtem u ishodištu, tj.  $K(0, 1) = \{(x, y, 0) : x^2 + y^2 \leq 1\}$ .) Izračunajte integral

$$\int \int \int_C \frac{x^2 + y^2}{z^2} dx dy dz.$$

5. Neka reakcija tipa  $2A + B \rightarrow C$  je trećeg reda. Pritom je parcijalni red reakcije obzirom na  $A$  jednak 2, a parcijalni red obzirom na  $B$  je 1. Ako je početna koncentracija od  $A$  jednaka  $1,0 \cdot 10^{-5}$  mol/L, a od  $B$   $5,0 \cdot 10^{-3}$  mol/L poznato je da početna brzina reakcije iznosi  $4,35 \cdot 10^{-3}$  mol/(L s). Postavite odgovarajuću diferencijalnu jednadžbu i odredite njezino partikularno rješenje koje odgovara zadanim podacima (odredite sve vrijednosti konstanti koje se u tom rješenju pojavljuju).

Potrebne definicije: Brzina reakcije može se opisati kao  $\frac{dx}{dt}$ , gdje je<sup>1</sup>  $x$  povezan s koncentracijom  $c_J$  proizvoljnog sudionika  $J$  reakcije jednakošću  $c_J = c_{J,0} + \nu_J x$  ( $c_{J,0}$  je početna koncentracija od  $J$ , a  $\nu_J$  pripadni stehiometrijski koeficijent). Brzina svake reakcije je (u svakom trenutku) proporcionalna umnošku određenih potencija (trenutnih) koncentracija reaktanata, pri čemu se eksponenti zovu parcijalnim redovima reakcije obzirom na odgovarajuće reaktante, a njihov zbroj se zove ukupnim redom reakcije.

---

<sup>1</sup>Varijabilna veličina  $x$  zove se koncentracija izvedenih pretvorbi.