

Matematika 2 za kemičare

pismeni ispit, 31. kolovoza 2011.

Franka Miriam Brückler & Slaven Kožić

1. Za koju vrijednost parametra λ sustav

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 5 \\2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= \lambda \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 0 \\x_1 - x_2 - x_3 + x_4 &= 3\end{aligned}$$

ima rješenje? Kako glasi to rješenje?

2. Ispitajte ekstreme funkcije $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x, y) = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x + 1 \right) \cdot (y^2 + 1).$$

3. Ispitajte konvergenciju sljedećih redova i obrazložite svoje zaključke

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + \sin \frac{1}{n}}{\cos \frac{1}{n} + n}$;

(b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n^2}}{e^{2^n}}$.

4. Riješite zadaću

$$\begin{cases} y'' + 2y' + 3y = e^x + 2e^{-x} \\ y(0) = \frac{7}{6} \\ y'(0) = -\frac{5}{6}. \end{cases}$$

5. Utvrdite je li vjerojatnost da se elektron kriptonove ($Z = 36$) $3d_z$ orbitale nalazi u kugli polumjera $a_0/4$ veća ili manja od $1/2$. Formula atomske $3d_z$ orbitale je

$$\psi_{3d_z}(r, \theta, \varphi) = \sqrt{\frac{Z^3}{7776\pi a_0^3}} \cdot \frac{4Z^2}{9a_0^2} \cdot (3 \cos^2 \theta - 1) \cdot r^2 e^{-Zr/(3a_0)}.$$

Vjerojatnost da se elektron opisan orbitalom ψ nađe unutar dijela prostora V je

$$p(V) = \iiint_V |\psi|^2 dx dy dz.$$

Jakobijan prijelaza iz Kartezijevih u sferne koordinate iznosi $r^2 \sin \theta$. Smijete koristiti formulu

$$\int_0^{6a} x^4 e^{-x/a} dx = 48a^5 \pi^2 \cdot \left(1 - \frac{115}{e^6} \right).$$