

**MATEMATIKA 1 - ZADACI S PISMENIH ISPITA**  
**ANALITIČKA GEOMETRIJA**

- (1) Odredite vrijednost realnog parametra  $\lambda$  za koju se ravnine

$$\Pi_1 \dots x - y + \lambda z = -9, \quad \Pi_2 \dots x + y - z = 3, \quad \Pi_3 \dots 2x + y + z = 0$$

sijeku po pravcu. Kako glasi kanonska jednadžba tog pravca?

- (2) Zadani su pravac  $p$  i ravnina  $\Pi$ ,

$$p \dots \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{3}, \quad \Pi \dots 2x + y - z + 5 = 0.$$

Odredite jednadžbu pravca  $q$  koji je sadržan u ravnini  $\Pi$ , okomit na pravac  $p$  i prolazi presjekom pravca  $p$  i ravnine  $\Pi$ .

- (3) Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži pravce

$$\frac{x+8}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0},$$

$$\frac{x}{0} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z}{1}.$$

- (4) Odredite jednadžbu pravca kroz ishodište koordinatnog sustava okomitog na pravce

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{0},$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{1}.$$

- (5) Odredite jednadžbu pravca kroz točku  $(1, 1, -1)$  koji ne siječe ravnine

$$\Pi_1 \dots 2x - 3y - z + 1 = 0,$$

$$\Pi_2 \dots 2x + 3y - z + 1 = 0.$$

- (6) Odredite jednadžbu pravca koji prolazi ishodištem koordinatnog sustava, siječe pravac

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$$

te je sadržan u ravnini

$$x + y + z = 0.$$

- (7) Odredite jednadžbu nekog pravca koji siječe ravnine

$$x + y + z = 3, \quad x + 2y + 3z = 4$$

te prolazi ishodištem koordinatnog sustava.

- (8) Odredite jednadžbu pravca koji prolazi ishhodištem koordinatnog sustava te točkom presjeka pravca

$$p \quad \dots \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{0}$$

i ravnine

$$\Pi \quad \dots \quad x + y + z = 1.$$

- (9) Odredite točku u kojoj se sijeku ravnine

$$\Pi_1 \quad \dots \quad x + y + z + 1 = 0,$$

$$\Pi_2 \quad \dots \quad 2x + 2y - z + 2 = 0$$

i pravac

$$p \quad \dots \quad \frac{x}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{3}.$$

- (10) Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkama presjeka pravaca  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{3}$  i  $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{2}$  sa ravninom  $x + y + z = 1$ .

- (11) Odredite jednadžbu ravnine koja prolazi točkama  $(1, 2, 3)$ ,  $(1, 0, 0)$  i ne siječe pravac  $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{0}$ .

- (12) Odredite jednadžbu ravnine  $\Pi$  koja je okomita na ravnine

$$x + y + z = 1 \quad \text{i} \quad -x + y + z = 2$$

te prolazi točkom  $(0, 0, 1)$ .

Ispitajte u kakvom je odnosu ravnina  $\Pi$  sa koordinatnim osima.

- (13) Neka su zadani pravci

$$p_1 \quad \dots \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{0} = \frac{z+2}{3}, \quad p_2 \quad \dots \quad \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{0}.$$

Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži pravac  $p_1$  i ne siječe pravac  $p_2$ .

- (14) Neka su zadani pravci

$$p_1 \quad \dots \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-1}, \quad p_2 \quad \dots \quad \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}.$$

Odredite

- a) jednadžbu ravnine koja prolazi ishodištem i sadrži pravac  $p_1$ ;
- b) jednadžbu ravnine koja prolazi ishodištem i sadrži pravac  $p_2$ ;
- c) jednadžbu pravca koji prolazi ishodištem te siječe pravce  $p_1$  i  $p_2$ .

- (15) Odredite jedndžbu pravca u  $xz$ -ravnini koji je okomit na ravninu  $x + z = 4$  i prolazi njenim sjecištem sa  $x$ -osi.

- (16) Zadana je ravnina  $\Pi_1$  svojom jedndžbom  $x - y + z = 3$ .

- (a) Odredite jednadžbu ravnine  $\Pi_2$  koja je paralelna ravnini  $\Pi_1$  i prolazi točkom  $(1, 1, 2)$ .
- (b) Odredite jednadžbu pravca  $p_2$  koji je okomit na ravninu  $\Pi_1$  i prolazi točkom  $(2, 1, 1)$ .
- (c) Odredite presjek pravca  $p_2$  i ravnine  $\Pi_2$ .

- (17) Odredite jednadžbu ravnine koja prolazi točkom  $(2, 3, 1)$  i paralelna je ravnini  $2x - y + z = 4$ .

- (18) Zadani su pravci

$$p_1 \dots \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}, \quad p_2 \dots \frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{2} = \frac{z-1}{3},$$

$$p_3 \dots \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+2}{1}.$$

Odredite jednadžbu ravnine koja ne siječe pravce  $p_1$  i  $p_2$  i sadrži pravac  $p_3$ .

- (19) Zadani su vektori u  $\mathbb{R}^3$

$$\vec{a} = (1, 2, 3), \quad \vec{b} = (2, 3, 1), \quad \vec{c} = (4, 1, 0).$$

Odredite jednadžbu neke ravnine paralelne vektoru

$$\vec{v} = (-10 + \vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c} + \vec{b} \times \vec{a}.$$

Koliko ima takvih ravnina? Svoj odgovor obrazložite.

- (20) Postoji li ravnina kroz ishodište koordinatnog sustava koja sadrži pravce

$$p \dots \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1} \quad \text{i} \quad q \dots \frac{x+3}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{0}?$$

Ako postoji, odredite njenu jednadžbu, ako ne postoji, odredite jednadžbu neke ravnine koja sadrži pravce  $p$  i  $q$ .

- (21) Zadane su točke  $A = (1, 1, 0)$ ,  $B = (0, 1, 2)$ ,  $C = (1, 1, 1)$ ,  $D = (1, 3, 2)$  i  $E(2, 3, -1)$ .

- (a) Odredite jednadžbu ravnine  $\Pi$  koja sadrži točke  $A$ ,  $B$  i  $C$ .
- (b) Odredite jednadžbu pravca  $p$  koji prolazi točkama  $D$  i  $E$ .
- (c) Ispitajte u kakvom su odnosu ravnina  $\Pi$  i pravac  $p$ .

- (22) Odredite jednadžbu ravnine koja ne siječe os  $x$  i sadrži pravac

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{4}.$$

- (23) Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom  $T = (1, 1, 1)$ , siječe pravac  $\frac{x-8}{1} = \frac{y-5}{1} = \frac{z+1}{2}$  i ne siječe ravninu  $x + 2y + 3z + 4 = 0$ .