Određivanje lokalnih ekstrema preko viših derivacija

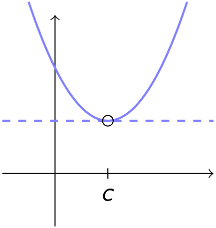
Sonja Žunar

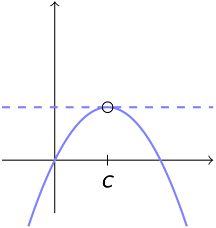
17. studenoga 2017.

Teorem

Neka je $f : D \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Neka je $c \in D$ takva da postoje $f'(c)$ i $f''(c)$. Tada vrijedi:

- Ako je $f'(c) = 0$ i $f''(c) > 0$, tada je c točka lokalnog minimuma funkcije f.
- Ako je $f'(c) = 0$ i $f''(c) < 0$, tada je c točka lokalnog maksimuma funkcije f.





Zadatak

Odredite sve stacionarne točke funkcije f i zatim, koristeći drugu derivaciju, ispitajte koje su od njih točke lokalnog minimuma, a koje lokalnog maksimuma funkcije f:

(a) $f(x) := 4^x + 4^{-x}$

(b) $f(x) := \cos^2 x$

(c) $f(x) := \frac{1}{x^2+2x+3}$

(d) $f(x) := e^{x^2+1}$

(e) $f(x) := (x-3)^2 e^x$

(f) $f(x) := \ln\left(x^2+5\right)$.

Zadatak

Odredite sve stacionarne točke funkcije f i zatim, koristeći drugu derivaciju, ispitajte koje su od njih točke lokalnog minimuma, a koje lokalnog maksimuma funkcije f:

(a) $f(x) := 4^x + 4^{-x}$

(b) $f(x) := \cos^2 x$

(c) $f(x) := \frac{1}{x^2+2x+3}$

(d) $f(x) := e^{x^2+1}$

(e) $f(x) := (x-3)^2 e^x$

(f) $f(x) := \ln\left(x^2+5\right)$.

Rješenje: (a) $x = 0$ je točka lokalnog minimuma. (b) $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ su točke lokalnog minimuma, $x = k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$ točke lokalnog maksimuma. (c) $x = -1$ je točka lokalnog maksimuma. (d) $x = 0$ je točka lokalnog minimuma. (e) $x = 1$ je točka lokalnog maksimuma, a $x = 3$ točka lokalnog minimuma. (f) $x = 0$ je točka lokalnog minimuma.