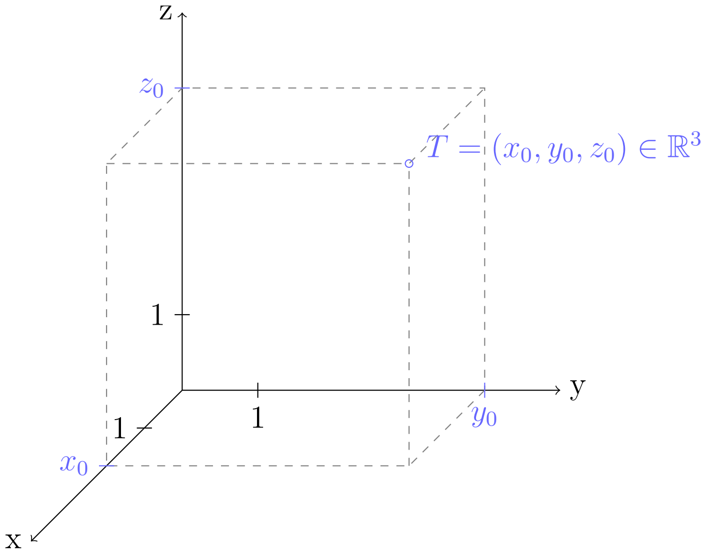
Analitička geometrija prostora

Sonja Žunar

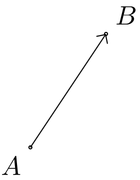
2. siječnja 2019.

Kartezijev koordinatni sustav u prostoru



Geometrijski vektori u prostoru

Točke $A = (a_1, a_2, a_3)\,, B = (b_1, b_2, b_3) \in \mathbb{R}^3$ određuju **geometrijski vektor** $\vec{v}\;:=$ skup koji čine orijentirana dužina $\overrightarrow{AB}$

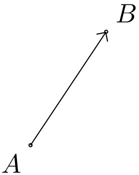


i sve orijentirane dužine u prostoru koje se iz nje dobiju translacijom (one se zovu **reprezentanti vektora** $\vec{v}$). Pišemo i

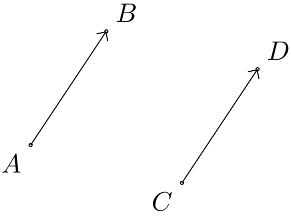
$$\vec{v} = \overrightarrow{AB}$$

(neprecizno, ali uobičajeno i korisno). Skup svih vektora $=: V^3$.
Poseban slučaj: ako je $A = B$, tada je $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA} =: \vec{0} \leadsto$ **nulvektor**:

GEOMETRIJA | ANALITIČKA GEOMETRIJA $\leftrightarrow$ | ALGEBRA



$$\leftrightarrow \quad \overrightarrow{AB} = [b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3]$$



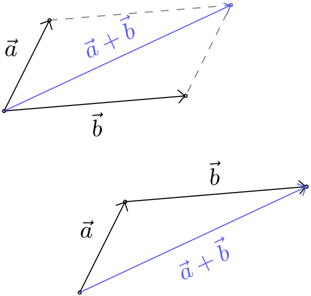
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \quad \leftrightarrow \quad \begin{array}{c} [b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3] \\ \| \\ [d_1 - c_1, b_2 - c_2, d_3 - c_3] \end{array}$$

Isti koordinatni zapisi.

Ista duljina, smjer i orijentacija.

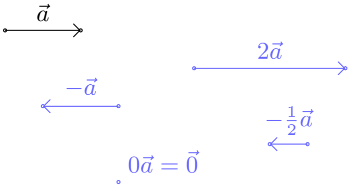
$(A = (a_1, a_2, a_3), B = (b_1, b_2, b_3), C = (c_1, c_2, c_3), D = (d_1, d_2, d_3) \in \mathbb{R}^3.)$

Zbrajanje vektora u V^3



$$\leftrightarrow \quad [a_1, a_2, a_3] + [b_1, b_2, b_3] = [a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3]$$

Množenje skalarom $\alpha \in \mathbb{R}$



$$\leftrightarrow \quad \alpha\,[a_1, a_2, a_3] = [\alpha a_1, \alpha a_2, \alpha a_3]$$

Kolinearni vektori

Neka su $\vec{a}, \vec{b} \in V^3$. Ako postoji $\alpha \in \mathbb{R}$ takav da je

$$\vec{b} = \alpha \vec{a},$$

kažemo da su $\vec{a}$ i $\vec{b}$ **kolinearni** i pišemo

$$\vec{a} \parallel \vec{b}.$$

(Geometrijski: $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su kolinearni $\Leftrightarrow$ kad ih nanesemo iz iste točke, leže na istom pravcu.)

PR.:

- $[2,1,1] \parallel [-4,-2,-2]$.
- $[1,0,0]$ i $[0,1,1]$ nisu kolinearni.
- $\vec{0}$ je kolinearan sa svim vektorima.

Baza prostora V^3

Skup sastavljen od triju $\overbrace{\text{nekomplanarnih}}^{\text{kad ih nanesemo iz iste točke, ne leže u istoj ravnini}}$ vektora iz V^3 zovemo **bazom prostora** V^3.

Osnovno svojstvo baze

Neka je $\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\right\}$ baza prostora V^3. Tada svaki $\vec{v} \in V^3$ ima jedinstven prikaz oblika

$$\vec{v} = \alpha_1 \vec{b}_1 + \alpha_2 \vec{b}_2 + \alpha_3 \vec{b}_3,$$

gdje su $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$. Taj prikaz zovemo **koordinatnim zapisom** od $\vec{v}$ u bazi $\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\right\}$. Koeficijente $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ zovemo **koordinatama** vektora $\vec{v}$ u bazi $\left\{\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3\right\}$.