

A wide-angle photograph of Niagara Falls at sunset. The falls are in the foreground, with a massive spray of water rising into the air. The water has a vibrant turquoise color. In the background, the Canadian side of the river is visible with some buildings and trees. The sky is filled with dramatic, dark clouds, with patches of orange and yellow light from the setting sun. The overall atmosphere is serene and powerful.

## 2.1. Afina funkcija

9.10.2020.

# Afina funkcija

*Definicija.* Neka su  $a, b \in \mathbb{R}$ . Funkciju  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) := ax + b,$$

zovemo **afinom funkcijom**.

# Afina funkcija

*Definicija.* Neka su  $a, b \in \mathbb{R}$ . Funkciju  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) := ax + b,$$

zovemo **afinom funkcijom**.

Graf afine funkcije je pravac.

# Afina funkcija

*Definicija.* Neka su  $a, b \in \mathbb{R}$ . Funkciju  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) := ax + b,$$

zovemo **afinom funkcijom**.

Graf afine funkcije je pravac.

Sjetimo se: formula

$$y = ax + b$$

je kanonski oblik jednadžbe (nevertikalnog) pravca. Pritom:

- **Koeficijent smjera**  $a$  određuje nagib pravca.
- $b = f(0)$  je odsječak pravca na  $y$ -osi.

# Afina funkcija

Definicija. Neka su  $a, b \in \mathbb{R}$ . Funkciju  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) := ax + b,$$

zovemo **afinom funkcijom**.

Graf afine funkcije je pravac.

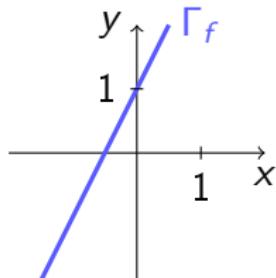
Sjetimo se: formula

$$y = ax + b$$

je kanonski oblik jednadžbe (nevertikalnog) pravca. Pritom:

- **Koeficijent smjera**  $a$  određuje nagib pravca.
- $b = f(0)$  je odsječak pravca na  $y$ -osi.

PR.: (a)  $f(x) := 2x + 1$



# Afina funkcija

Definicija. Neka su  $a, b \in \mathbb{R}$ . Funkciju  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) := ax + b,$$

zovemo **afinom funkcijom**.

Graf afine funkcije je pravac.

Sjetimo se: formula

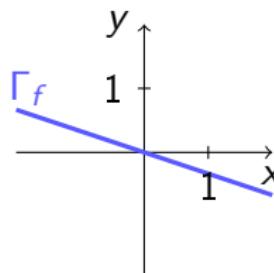
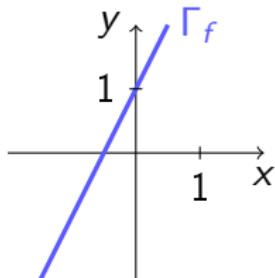
$$y = ax + b$$

je kanonski oblik jednadžbe (nevertikalnog) pravca. Pritom:

- **Koeficijent smjera**  $a$  određuje nagib pravca.
- $b = f(0)$  je odsječak pravca na  $y$ -osi.

PR.: (a)  $f(x) := 2x + 1$

(b)  $f(x) := -\frac{1}{3}x$



# Afina funkcija

Definicija. Neka su  $a, b \in \mathbb{R}$ . Funkciju  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x) := ax + b,$$

zovemo **afinom funkcijom**.

Graf afine funkcije je pravac.

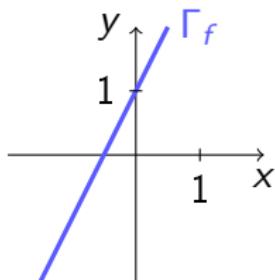
Sjetimo se: formula

$$y = ax + b$$

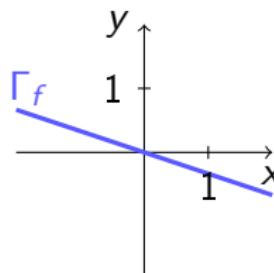
je kanonski oblik jednadžbe (nevertikalnog) pravca. Pritom:

- **Koeficijent smjera**  $a$  određuje nagib pravca.
- $b = f(0)$  je odsječak pravca na  $y$ -osi.

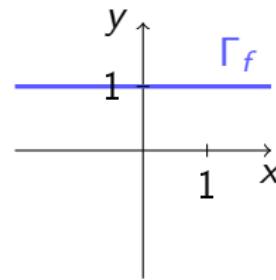
PR.: (a)  $f(x) := 2x + 1$



(b)  $f(x) := -\frac{1}{3}x$



(c)  $f(x) := 1$



## Još dvije korisne formule

Jednadžba pravca

- koji prolazi točkom  $(x_1, y_1)$  i ima koeficijent smjera  $k$ :

$$y - y_1 = k(x - x_1)$$

- koji prolazi točkama  $(x_1, y_1)$  i  $(x_2, y_2)$ :

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1).$$

## Zadatak 1(a)

Odredite presjek pravaca  $\Gamma_f$  i  $\Gamma_g$  ako je

$$f(x) := 2x + 1 \quad \text{i} \quad g(x) := -x + 3.$$

## Zadatak 1(a)

Odredite presjek pravaca  $\Gamma_f$  i  $\Gamma_g$  ako je

$$f(x) := 2x + 1 \quad \text{i} \quad g(x) := -x + 3.$$

*Rješenje.* Presjek  $\Gamma_f \cap \Gamma_g$  čine točke  $(x, y)$  koje zadovoljavaju sustav

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x + 3. \end{cases} \tag{1}$$

## Zadatak 1(a)

Odredite presjek pravaca  $\Gamma_f$  i  $\Gamma_g$  ako je

$$f(x) := 2x + 1 \quad \text{i} \quad g(x) := -x + 3.$$

*Rješenje.* Presjek  $\Gamma_f \cap \Gamma_g$  čine točke  $(x, y)$  koje zadovoljavaju sustav

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x + 3. \end{cases} \quad (1)$$

Uvrštavanjem izraza za  $y$  danog prvom jednadžbom u drugu, dobivamo

$$2x + 1 = -x + 3, \quad \text{tj.} \quad 3x = 2, \quad \text{tj.} \quad x = \frac{2}{3},$$

što uvrštavanjem u prvu jednadžbu sustava (1) daje

$$y = 2 \cdot \frac{2}{3} + 1 = \frac{7}{3}.$$

## Zadatak 1(a)

Odredite presjek pravaca  $\Gamma_f$  i  $\Gamma_g$  ako je

$$f(x) := 2x + 1 \quad \text{i} \quad g(x) := -x + 3.$$

*Rješenje.* Presjek  $\Gamma_f \cap \Gamma_g$  čine točke  $(x, y)$  koje zadovoljavaju sustav

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x + 3. \end{cases} \quad (1)$$

Uvrštavanjem izraza za  $y$  danog prvom jednadžbom u drugu, dobivamo

$$2x + 1 = -x + 3, \quad \text{tj.} \quad 3x = 2, \quad \text{tj.} \quad x = \frac{2}{3},$$

što uvrštavanjem u prvu jednadžbu sustava (1) daje

$$y = 2 \cdot \frac{2}{3} + 1 = \frac{7}{3}.$$

Dakle,

$$\Gamma_f \cap \Gamma_g = \left\{ \left( \frac{2}{3}, \frac{7}{3} \right) \right\}.$$

## Zadatak 1(b)

Odredite presjek pravaca  $\Gamma_f$  i  $\Gamma_g$  ako je

$$f(x) := -x + 5 \quad \text{i} \quad g(x) := -x.$$

*Rješenje.* Presjek  $\Gamma_f \cap \Gamma_g$  čine točke  $(x, y)$  koje zadovoljavaju sustav

$$\begin{cases} y = -x + 5 \\ y = -x. \end{cases} \tag{2}$$

Uvrštavanjem izraza za  $y$  danog prvom jednadžbom u drugu, dobivamo

$$-x + 5 = -x, \quad \text{tj.} \quad 5 = 0,$$

što ne vrijedi, dakle sustav (2) nema rješenja. Prema tome,

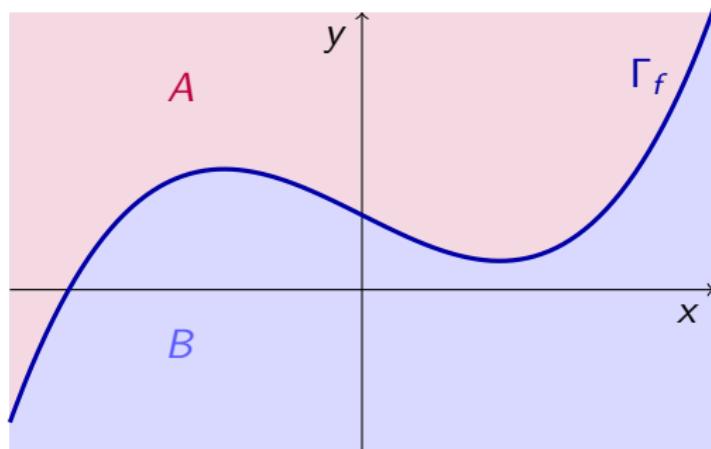
$$\Gamma_f \cap \Gamma_g = \emptyset.$$

(To je zapravo i geometrijski jasno: pravci  $\Gamma_f$  i  $\Gamma_g$  imaju isti koeficijent smjera pa su paralelni.)

# Geometrijska interpretacija nekih nejednakosti

Neka je  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcija. Označimo

$A :=$  dio xy-ravnine strogog iznad  $\Gamma_f$ ,  $B :=$  dio xy-ravnine strogog ispod  $\Gamma_f$ .



Skupovi  $A$  i  $B$  mogu se zadati nejednadžbama

$$A \dots y > f(x) \quad \text{odnosno} \quad B \dots y < f(x).$$

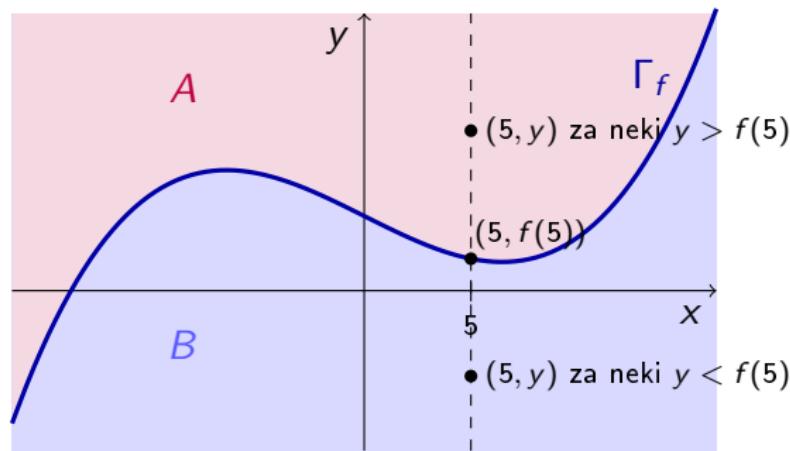
Naravno,

$$\Gamma_f \dots y = f(x).$$

# Geometrijska interpretacija nekih nejednakosti

Neka je  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  funkcija. Označimo

$A :=$  dio xy-ravnine strogog iznad  $\Gamma_f$ ,  $B :=$  dio xy-ravnine strogog ispod  $\Gamma_f$ .



Skupovi  $A$  i  $B$  mogu se zadati nejednadžbama

$$A \dots y > f(x) \quad \text{odnosno} \quad B \dots y < f(x).$$

Naravno,

$$\Gamma_f \dots y = f(x).$$

## Zadatak 2(a)

Skicirajte u  $xy$ -ravnini skup  $S \cup T$ , gdje je

$$S \dots y > 1 \quad \text{ i } \quad T \dots y < 3x - 4.$$

## Zadatak 2(a)

Skicirajte u  $xy$ -ravnini skup  $S \cup T$ , gdje je

$$S \dots y > 1 \quad \text{ i } \quad T \dots y < 3x - 4.$$

*Rješenje.*  $S =$  dio  $xy$ -ravnine strogog iznad pravca  $y = 1$ ,

$T =$  dio  $xy$ -ravnine strogog ispod pravca  $y = 3x - 4$ .

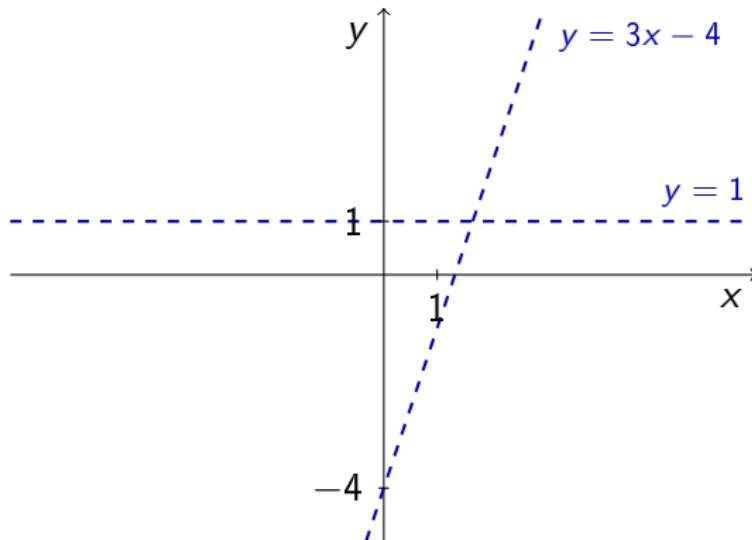
## Zadatak 2(a)

Skicirajte u xy-ravnini skup  $S \cup T$ , gdje je

$$S \dots y > 1 \quad \text{ i } \quad T \dots y < 3x - 4.$$

Rješenje.  $S =$  dio xy-ravnine strogog iznad pravca  $y = 1$ ,

$T =$  dio xy-ravnine strogog ispod pravca  $y = 3x - 4$ .



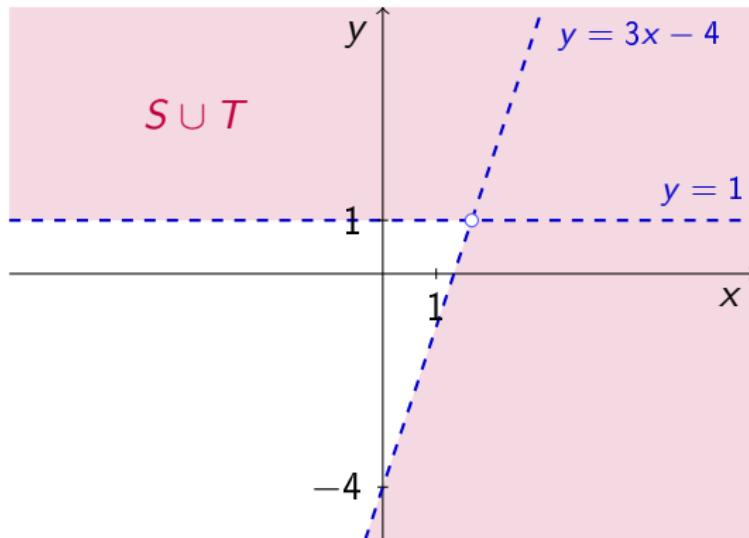
## Zadatak 2(a)

Skicirajte u xy-ravnini skup  $S \cup T$ , gdje je

$$S \dots y > 1 \quad \text{ i } \quad T \dots y < 3x - 4.$$

Rješenje.  $S =$  dio xy-ravnine strogog iznad pravca  $y = 1$ ,

$T =$  dio xy-ravnine strogog ispod pravca  $y = 3x - 4$ .



## Zadatak 2(b)

Skicirajte u  $xy$ -ravnini skup  $S \cap T$ , gdje je

$$S \dots y < 2x + 1 \quad \text{ i } \quad T \dots y \geq -x + 3.$$

Rješenje.

## Zadatak 2(b)

Skicirajte u  $xy$ -ravnini skup  $S \cap T$ , gdje je

$$S \dots y < 2x + 1 \quad \text{ i } \quad T \dots y \geq -x + 3.$$

Rješenje.  $S =$  dio  $xy$ -ravnine strogo ispod pravca  $y = 2x + 1$ ,

$T =$  skup točaka koje su na ili iznad pravca  $y = -x + 3$ .

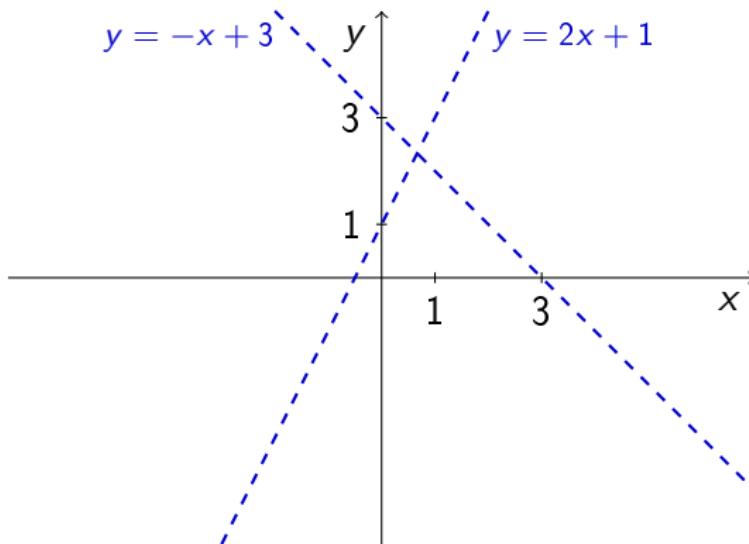
## Zadatak 2(b)

Skicirajte u xy-ravnini skup  $S \cap T$ , gdje je

$$S \dots y < 2x + 1 \quad \text{i} \quad T \dots y \geq -x + 3.$$

Rješenje.  $S =$  dio xy-ravnine strogo ispod pravca  $y = 2x + 1$ ,

$T =$  skup točaka koje su na ili iznad pravca  $y = -x + 3$ .



## Zadatak 2(b)

Skicirajte u xy-ravnini skup  $S \cap T$ , gdje je

$$S \dots y < 2x + 1 \quad \text{i} \quad T \dots y \geq -x + 3.$$

Rješenje.  $S =$  dio xy-ravnine strogo ispod pravca  $y = 2x + 1$ ,

$T =$  skup točaka koje su na ili iznad pravca  $y = -x + 3$ .

