

Matematička analiza 2 - PFKI

Šesta domaća zadaća - Računanje integrala III

02.04.2021.

Zadatak 1. Sinus hiperbolni, kosinus hiperbolni, tangens hiperbolni, i kotangens hiperbolni definirani su preko jednakosti:

$$\begin{aligned} \operatorname{sh} x &:= \frac{e^x - e^{-x}}{2}, & \operatorname{ch} x &:= \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \\ \operatorname{th} x &:= \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}, & \operatorname{cth} x &:= \frac{\operatorname{ch} x}{\operatorname{sh} x}. \end{aligned}$$

Pokažite da vrijedi jednakost:

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1.$$

Nadalje, izračunajte derivacije i inverze (tzv. arkus hiperbolne funkcije) ovih funkcija te provjerite kakve aditivne formule vrijede.

Zadatak 2. Izračunajte primitivnu funkciju funkcija $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$ i $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$.

Zadatak 3. Izračunajte nepravne integrale:

- (a) $\int_{0+}^1 \ln x \, dx$,
- (b) $\int_0^{\infty} x e^{-x} \, dx$.