

Zadaća - vježbe 3
Derivacije

Zadatak. Derivirajte

a) $f(x) = \sqrt{1 + \arcsin x}$,

b) $f(x) = \sqrt[3]{2e^x - 2^x + 1} + \ln^5 x$,

c) $f(x) = \left(\frac{1+2x^{20}}{1-2x^{20}} \right)^{100}$,

d) $f(x) = \frac{1}{\ln \frac{(x-2)^5}{(x+1)^3}}$,

e) $f(x) = \frac{1}{x^{\frac{1}{x}}}$.

Zadatak. Izračunajte y' ako je funkcija $y = y(x)$ zadana implicitno s

a) $2y = x^2 + \sin y$,

b) $x^3 + 4x^2y + y^3 - 1 = 0$.

Zadatak. Nađite derivaciju funkcije $y = y(x)$ čiji je graf parametriziran s

a) $x(t) = t - \sin t$, $y(t) = 1 - \cos t$,

b) $x(t) = \frac{t(t+1)}{t+2}$, $y(t) = \frac{t^2-4t+1}{t}$.

Zadatak.

a) Izračunajte n -tu derivaciju funkcije $f(x) = \frac{1}{ax+b}$. (a i b su realne konstante).

b) Neka je $f(x) = g(x)h(x)$ produkt dvije funkcije. Izračunajte n -tu derivaciju $f^{(n)}(x)$ za $n = 1, 2, 3, 4$ (tj. izrazite ju pomoću derivacija funkcija g i h). Što uočavate? Možete li poopćiti ovu tvrdnju na bilo koji prirodan broj n ?

c) Izračunajte n -tu derivaciju funkcije $f(x) = x^2e^{-2x}$.

Zadatak. Pomoću L'Hospitalovog pravila izračunajte limese:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x-1} - \sqrt{4x-1}}{\sqrt{3x-2} - \sqrt{x+2}}$,

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sqrt{x+2} - x - \sqrt{2}},$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arcsin \sqrt{\sin x}}{\sqrt{2x - x^2}},$$

$$\text{d) } \lim_{x \rightarrow 0} \ln(1 - \sin x) \cdot \operatorname{ctg} x,$$

$$\text{e) } \lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(x) \ln(x - 1).$$