

Znanstveno računanje 2 (akad. god. 2018./2019.)

Završni projektni zadaci

Upute ili “pravila igre”:

- Treba izabrati i riješiti 1 (**jedan**) od ponuđenih zadataka. Svaki student bira svoj zadatak, po principu “tko prije izabere — njegov je”.
- Rješenje zadatka je **program** i dobiveni **rezultati** programa, s popratnom dokumentacijom i interpretacijom rezultata. Dozvoljeno je napraviti “kraći seminarski rad”.
- Program može biti napisan u programskom jeziku C, u nekom drugom standardnom programskom jeziku (Fortran, Pascal), ili nekom standardnom alatu za numeričko računanje (Matlab, Octave). Dozvoljeno je koristiti posebne programske pakete za vizualizaciju postupka i rezultata.
- Algoritmi trebaju biti optimizirani u smislu broja operacija i korištenja memorije.
- Zadnji rok za predaju završnog projektnog zadatka je **srijeda, 10. srpnja 2019.**

Kodeks ponašanja: Ista ili vrlo slična rješenja se **poništavaju**.

Napomena. Zadaci su **namjerno** sažeto formulirani, tako da propisuju samo nužni dio posla. Sve ostalo: planiranje ulaza, izlaza, implementacije, testiranja i sl., je “slobodno” i nagrađuje se kao dio rješenja. Dozvoljeno je koristiti standardne programske biblioteke (poput BLAS, LAPACK i sl.). Za rješenje smijete koristiti i dodatnu literaturu (“sve što nađete”), samo propisno citirajte. Ako koristite Matlab, osim “ugrađenih” funkcija, koristite vlastite funkcije za razne metode za rješenje problema (poput onih na vježbama) i usporediti dobivene rezultate.

Također, dozvoljeno je napraviti i više od onog što se traži, — na primjer, usporediti nekoliko metoda za rješenje problema, i sl. Dapače, preporučuje se primjena svih mogućih metoda, uz razne izbore prametara metoda npr. koraka h . Osim toga, mnogi zadaci daju mogućnost rješavanja jednadžbi za čitav niz vrijednosti parametara o kojima one ovise, i koji bitno mijenjaju karakteristike rješenja. Riješite vaš zadatak za reprezentabilni izbor takvih parametara.

Kontakt: Ako negdje “zapnete”, imate pitanja, trebate savjet, želite saznati i/ili napraviti i više od onog što se traži, ili želite predati zadatak prije zadnjeg roka — **slobodno** se javite.

- Najbolje e-mailom, pa ćemo se dogovoriti za daljnji kontakt (po potrebi), ili me potražite u doba konzultacija.

O zadacima

- Prva grupa zadataka je skenirana iz knjige:

- Uri M. Ascher, Robert M. M. Mattheij, Robert D. Russell: “Numerical Solution of Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations”, Prentice Hall, 1988 (SIAM, 1995).

Tekstovi zadataka su na engleskom i nisu ovdje, već su dostupni na webu u datoteci `zr2.zadaci.pdf`. Za završni projektni zadatak možete uzeti bilo koji od primjera

- Example 1.3 – Example 1.25 (rubni problemi za ODJ).

- Ostali zadaci nalaze se na kraju ove datoteke, pri čemu se tekstovi Projekata 20, 21, 22 nalaze na webu u datoteci `Projekti.zip`. Sva dodatna literatura se nalazi u datoteci `literatura.zip`.

Pažljivo pročitajte ove zadatke prije izbora! Neki od njih su teži, a neki uključuju i dodatne numeričke probleme (pored rubnog problema) za potpuno rješenje.

Popis zadataka iz knjige s naznakom teme

- **AMR 1.3** — Problem triju tijela (satelit, Mjesec, Zemlja)
- **AMR 1.4** — Ubrizgavanje tekućine u vertikalni kanal
- **AMR 1.5** — Difuzija i reakcija čestica
- **AMR 1.6** — Transport vlage u suhoj zemlji
- **AMR 1.7** — Praćenje seizmičkih “zraka” za slabe potrese (otkrivanje mjesta i vremena potresa)
- **AMR 1.8** — Teorijski seizmogrami u seizmologiji
- **AMR 1.9** — Površina tekućine u kapilari
- **AMR 1.10** — Model ospica u epidemiologiji
- **AMR 1.11** — Model bubrega (teško)
- **AMR 1.12** — Magnetski monopoli
- **AMR 1.13** — Samotni val kod uzdužnog pulsa velike lignje
- **AMR 1.14** — Nelinearni elastični štap pod opterećenjem
- **AMR 1.15** — Model poluvodiča u stabilnom stanju (teško)
- **AMR 1.16** — Model silikona kod radijacije elektrona (teško)
- **AMR 1.17** — Udarni val u mlaznici (teško)
- **AMR 1.18** — Vrtloženje tekućine I (teško)
- **AMR 1.19** — Vrtloženje tekućine II (teško)
- **AMR 1.20** — Vrtloženje tekućine III (teško)

- **AMR 1.21** — Povratak svemirske letjelice u atmosferu (teško)
- **AMR 1.22** — Optimalno iskorištavanje slučajno varirajućeg dobra (teško)
- **AMR 1.23** — Sferna ljuska pod opterećenjem (teško)
- **AMR 1.24** — Deformacija i “mreškanje” plitke kape (teško)
- **AMR 1.25** — Plamen stabiliziran plamenikom (teško)

Ostali zadaci

1. Napišite rutinu za rješavanje rubnog problema sa nelinearnom diferencijalnom jednadžbom pomoću metode kolokacije u Gaussovima točkama.

Literatura: C. de Boor: A Practical Guide to Splines, Revised Edition, str. 243–248.

2. Riješite projekt 20.

3. Riješite projekt 21.

4. Riješite projekt 22.

5. Implementirajte Taylorovu, Euler–Rombergovu i Gragovu metodu za rješavanje inicijalnog problema. Numerički izračunajte red konvergencije svake od metoda.

Literatura: F. Scheid: Schaum’s Outline of Theory and Problems of Numerical Analysis, str. 204–206.

Literatura: J. L. Buchanan, P. R. Turner: Numerical Methods and Analysis, str. 565–573.

6. Implementirajte Runge–Kutta metodu varijabilnog koraka i Graggovu metodu varijabilnog koraka za rješavanje inicijalnog problema.

Literatura: J. L. Buchanan, P. R. Turner: Numerical Methods and Analysis, str. 549–554, 573–575.

7. Napišite rutine za Adams–Bashforth–Moulton metodu proizvoljnog reda i “Backward differentiation” metodu proizvoljnog reda, gdje se koeficijenti metoda računaju rekurzivno. Metode primijenite na van der Pol-ovu jednadžbu

$$y'' - \lambda(1 - y^2)y' + y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

na intervalu $[0, 100]$, gdje je λ parametar ($\lambda \in [1, 200]$), i “prisiljenu” van der Pol-ovu jednadžbu

$$y'' - \lambda(1 - y^2)y' + y = A \cos \omega x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

na intervalu $[0, 100]$, gdje su λ , A i ω parametri, $\lambda = 1, 100$, $A = 10$ i $\omega = 1$.

Literatura: L. N. Trefethen: Finite Difference and Spectral Methods for Ordinary and Partial Differential Equations, str. 30–39.

8. Napišite rutinu koja pomoću konačnih diferencija rješava općeniti rubni problem

$$-\frac{d}{dx} \left(k(x) \frac{du}{dx} \right) + w(x) \frac{du}{dx} + d(x)u = f(x), \quad x \in (0, 1)$$

$$u(0) = \alpha, \quad u(1) = \beta.$$

Dobivenu matricu spremite u trakastom obliku. Napišite rutinu za Thomasov algoritam, te “upwind” shemu.

Literatura: http://web.math.hr/nastava/ppm1/ppm_der.pdf.