

# Znanstveno računanje 2

## 1. dio vježbi MATLAB

Nela Bosner

**MATLAB** je interaktivni programski jezik za tehničko i znanstveno računanje. U njemu su integrirani

- računanje
- vizualizacija
- programiranje

u okolini koja je jednostavna za korištenje, u kojoj su

- problemi i rješenja izraženi u standardnoj matematičkoj notaciji.

# Matrice

Znanstveno  
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Dokumentacija

U MATLAB-u matrica je pravokutno polje brojeva. Po dimenzijama dijele se na:

- $m \times n$  pravokutne ili  $n \times n$  kvadratne matrice
- $n \times 1$  stupčani ili  $1 \times n$  retčani vektor
- $1 \times 1$  skalar.

MATLAB omogućuje brz i jednostavan rad sa cijelim matricama.

Unos matrica – po recima:

- elementi retka se razdvajaju prazninom ( ) ili zarezom (,)
- kraj retka se označava skakanjem u novi red (Enter) ili točkom-zarezom (;)
- cijela lista elemenata omeđena je uglatim zagradama [ ]

## Primjer

*Unos u komandnom prozoru:*

```
A = [16 3 2 13; 5 10 11 8; 9 6 7 12; 4 15 14 1]
```

*Odmah nakon toga MATLAB ispisuje ono što smo upravo  
unjeli:*

```
A =  
    16     3     2    13  
     5    10    11     8  
     9     6     7    12  
     4    15    14     1
```

- *Matrica A je sada spremljena u MATLAB-ovu radnu memoriju (Workspace) i sa ovim imenom može se koristiti u matičnim izrazima.*
- *Ovaj ispis može se dobiti kada se u komandnu liniju upiše A.*

## Pristup elementima matrice:

- $A(i, j)$  — element u  $i$ -tom retku i  $j$ -tom stupcu
- $A(i:j, k:l)$  — podmatrica

$$\begin{bmatrix} A(i, k) & \cdots & A(i, l) \\ \vdots & & \vdots \\ A(j, k) & \cdots & A(j, l) \end{bmatrix}$$

- $A(:, k:l) = A(1:n, k:l)$  — za matricu sa  $n$  redaka

## Operator : definira retčani vektor

- $početak : kraj$  — vektor s elementima  
 $početak \quad početak+1 \quad početak+2 \quad \cdots \quad kraj$
- $početak : korak : kraj$  — vektor s elementima

$početak \quad početak+korak \quad početak+2*korak \quad \cdots \quad početak+i*korak$

gdje je

$$|početak+i*korak| \leq |kraj| < |početak+(i+1)*korak|$$

## Primjer

*Unos u komandnom prozoru:*

```
1:10
```

*Ispis:*

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

*Unos u komandnom prozoru:*

```
0:3:10
```

*Ispis:*

```
0 3 6 9
```

Ako se unos završi sa ; ispis se neće izvršiti.

## Varijable

- MATLAB ne zahtijeva deklaraciju tipa varijable ili dimenzija matrica.
- Kada se pojavi novo ime varijable automatski se kreira varijabla i alocira odgovarajuća količina memorije. ( $\bar{A} = \dots$ )
- Ako varijabla već postoji mijenja se njen sadržaj, ili ako je potrebno alocira se nova memorija.

## Brojevi

- MATLAB koristi uobičajenu decimalnu notaciju, sa opcionalnom decimalnom točkom, ili vodećim znakom  $+$  ili  $-$ .
- Eksponecijalna notacija koristi slovo  $e$  za oznaku eksponenta baze 10.
- Kompleksni brojevi koriste  $i$  ili  $j$  za oznaku imaginarnog dijela.

- Svi brojevi interno se spremaju koristeći `long format (double)` za brojeve s pomičnom točkom.
- Brojevi s pomičnom točkom imaju otprilike 16 značajnih znamenki i konačni raspon od oko  $10^{-308}$  do oko  $10^{308}$ .
- Formati ispisa:

```
format short
```

format s fiksnom točkom i s 4 znamenke  
nakon decimalne točke (3.1416)

```
format long
```

format s fiksnom točkom i s 14 do 15 znamenki  
nakon decimalne točke (3.14159265358979)

```
format short e
```

format s pomičnom točkom i s 4 znamenke  
nakon decimalne točke (3.1416e+000)

```
format long e
```

format s pomičnom točkom i s 14 do 15 znamenki  
nakon decimalne točke (3.141592653589793e+000)



## Primjer

*Slijedi nekoliko primjera legalnih brojeva*

3	-99	0.0001
9.6397238	1.60210e-20	6.02252e23
1i	-3.14159j	3e5i

## Operatori

- $A+B$  ili  $A-B$  zbrajanje ili oduzimanje;  $A$  i  $B$  moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar
- $A*B$  množenje matrica; broj stupaca od  $A$  mora biti jednak broju redaka od  $B$  ili jedan od njih je skalar
- $A .* B$  množenje po elementima;  $A$  i  $B$  moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar ( $A(i, j) * B(i, j)$ )
- $A \setminus B$  matrično lijevo dijeljenje; ako je  $A$  kvadratna matrica tada je  $X=A \setminus B$  rješenje sustava jednadžbi  $AX=B$  izračunat Gausovim eliminacijama; ako je  $A$  pravokutna matrica tada je  $X=A \setminus B$  rješenje problema najmanjih kvadrata

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Dokumentacija

- $A \setminus B$  lijevo dijeljenje po elementima;  $A$  i  $B$  moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar  
( $B(i, j) / A(i, j)$ )
- $A / B$  matično desno dijeljenje; ekvivalentno  $(B' \setminus A')'$
- $A ./ B$  desno dijeljenje po elementima;  $A$  i  $B$  moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar  
( $A(i, j) / B(i, j)$ )
- $A^{\wedge} p$  matično potenciranje
- $A .^{\wedge} B$  potenciranje po elementima;  $A$  i  $B$  moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar  
( $A(i, j)^{\wedge} B(i, j)$ )
- $A'$  kompleksno konjugirano transponiranje ( $A^*$ )
- $A.'$  transponiranje ( $A^T$ )

$\sim A$	logički NE po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)
$A \& B$	logički I po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)
$A   B$	logički ILI po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)
$A < B$	JE MANJE po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)
$A \leq B$	JE MANJE ILI JEDNAKO po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)
$A > B$	JE VEĆE po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)
$A \geq B$	JE VEĆE ILI JEDNAKO po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)
$A == B$	JE JEDNAKO po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)
$A \sim = B$	NIJE JEDNAKO po elementima (0 je false, $\langle \rangle 0$ je true)

## Funkcije MATLAB sadrži veliki broj matematičkih funkcija

- **elementarne funkcije:** `sin`, `cos`, `asin`, `acos`, `sinh`, `cosh`, `asinh`, `acosh`, `exp`, `log`, `log10`, `sqrt`, `abs`, `round`, `mod`, `factorial`,...
- **matrične funkcije:** `size`, `diag`, `eye`, `ones`, `rand`, `randn`, `zeros`, `tril`, `triu`, `sort`, `min`, `max`, **funkcije za kreiranje raznih specijalnih matrica**,...

- funkcije linearne algebre
- funkcije za rad s polinomima
- funkcije za interpolaciju i računsku geometriju
- funkcije za transformaciju koordinatnog sustava
- funkcije za rješavanje diferencijalnih i integralnih jednadžbi, i optimizaciju
- specijalne matematičke funkcije
- funkcije za rad sa rijetko popunjenim matricama
- funkcije koje vraćaju značajne matematičke konstante:  $\epsilon_{ps}$ ,  $i$ ,  $j$ ,  $Inf$ ,  $NaN$ ,  $\pi$ ,...

## Primjer

### *Unesimo matricu*

```
A = [1 2 3 4; 5 6 7 8; 9 10 11 12; 13 14 15 16;  
      17 18 19 20]
```

### *s ispisom*

```
A =  
  
     1     2     3     4  
     5     6     7     8  
     9    10    11    12  
    13    14    15    16  
    17    18    19    20
```

*Pozivi raznih funkcija vratit će sljedeće vrijednosti.*

## Primjer (nastavak)

- `size(A)`

```
ans =  
     5     4
```

- `min(A)`

```
ans =  
     1     2     3     4
```

- `max(A)`

```
ans =  
    17    18    19    20
```



## Primjer (nastavak)

- `sort(A, 2, 'descend')`

```
ans =  
     4     3     2     1  
     8     7     6     5  
    12    11    10     9  
    16    15    14    13  
    20    19    18    17
```

- `diag(A)`

```
ans =  
     1  
     6  
    11  
    16
```

## Primjer (nastavak)

- `diag(diag(A))`

```
ans =  
    1    0    0    0  
    0    6    0    0  
    0    0   11    0  
    0    0    0   16
```

- `triu(A)`

```
ans =  
    1    2    3    4  
    0    6    7    8  
    0    0   11   12  
    0    0    0   16  
    0    0    0    0
```

## MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programaSpremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Dokumentacija

## Primjer (nastavak)

- `tril(A)`

ans =

1	0	0	0
5	6	0	0
9	10	11	0
13	14	15	16
17	18	19	20

- `eye(5, 4)`

ans =

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0

## MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programaSpremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Dokumentacija

## Primjer (nastavak)

• `zeros(5, 4)`

ans =

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

• `ones(5, 4)`

ans =

1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

## Primjer (nastavak)

- $\text{rand}(m, n)$  — kreira  $m \times n$  matricu pseudo-slučajnih brojeva uniformne distribucije na segmentu  $[0, 1]$
- $\text{randn}(m, n)$  — kreira  $m \times n$  matricu pseudo-slučajnih brojeva normalne distribucije sa očekivanjem 0 i standardnom devijacijom 1
- $\text{eps}$  — udaljenost od 1 do prvog sljedećeg broja dvostruke preciznosti

```
ans =  
2.2204e-016
```

- $i$  ili  $j$  — imaginarna jedinica

```
ans =  
0 + 1.0000i
```

## Primjer (nastavak)

- *Inf* — reprezentacija IEEE aritmetike za pozitivnu beskonačnost (1/0)
- *NaN* — reprezentacija IEEE aritmetike za “Not-a-Number”, rezultat matematički nedefinirane operacije (0/0)
- *pi* —  $\pi$

```
ans =
```

```
3.141592653589793
```

# Kontrola toka programa

Znanstveno  
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Dokumentacija

## Uvjetno grananje

- naredbe `if`, `else` i `elseif`

```
if logički_izraz_1
    naredbe_1
elseif logički_izraz_2
    naredbe_2
    :
elseif logički_izraz_k
    naredbe_k
else
    naredbe_k+1
end
```

- naredbe switch, case i otherwise

```
switch izraz
    case vrijednost_1
        naredbe_1
    case vrijednost_2
        naredbe_2
        :
    otherwise
        naredbe_k+1
end
```



MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Dokumentacija

- naredbe `for`, `while`, `continue` i `break`  
`for indeks=početak:korak:kraj`  
    naredbe  
`end`  
  
`while izraz`  
    naredbe  
`end`
- naredba `return`

## Funkcije

- definicija funkcije

```
function [izlaz_1, izlaz_2, ...] = imefun(ulaz_1, ulaz_2, ...)
    naredbe
end
```

- poziv funkcije

```
[var_1, var_2, ...] = imefun(ulaz_1, ulaz_2, ...)
```

- spremanje funkcije u M-file — definicija se piše u editoru i sprema u istoimenu datoteku s ekstenzijom `.m`

`imefun.m`

- M-file skripte — bilo koji niz MATLAB naredbi sprema se u datoteku s ekstenzijom `.m`

# Spremanje i čitanje varijabli u i iz datoteke

Znanstveno  
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Dokumentacija

- naredba `save`

```
save imedat var_1 var_2 ...
```

varijable se spremaju u datoteku

```
imedat.mat
```

- naredba `load`

```
load imedat
```

postavlja sve varijable iz `imedat.mat` na vrijednosti koje su definirane u istoj datoteci

- Za svaku MATLAB-ovu naredbu ili funkciju može se upisati

```
help naredba
```

u komandni prozor, čime se ispisuje dokumentacija za tu naredbu ili funkciju

- Odabir opcije `MATLAB help` u `Help` izborniku.