

Znanstveno računanje 2

1. dio vježbi MATLAB

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

MATLAB je interaktivni programski jezik za tehničko i znanstveno računanje. U njemu su integrirani

- računanje
- vizualizacija
- programiranje

u okolini koja je jednostavna za korištenje, u kojoj su

- problemi i rješenja izraženi u standardnoj matematičkoj notaciji.

Matrice

Znanstveno
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

U MATLAB-u matrica je pravokutno polje brojeva. Po dimenzijama dijele se na:

- $m \times n$ pravokutne ili $n \times n$ kvadratne matrice
- $n \times 1$ stupčani ili $1 \times n$ retčani vektor
- 1×1 skalar.

MATLAB omogućuje brz i jednostavan rad sa cijelim matricama.

Unos matrica – po recima:

- elementi retka se razdvajaju prazninom () ili zarezmom (,)
- kraj retka se označava skakanjem u novi red (Enter) ili točkom-zarezom (;)
- cijela lista elemenata omeđena je uglatim zagradama []

Primjer

Unos u komandnom prozoru:

```
A = [16 3 2 13; 5 10 11 8; 9 6 7 12; 4 15 14 1]
```

*Odmah nakon toga MATLAB ispisuje ono što smo upravo
unjali:*

```
A =
    16     3     2    13
     5    10    11     8
     9     6     7    12
     4    15    14     1
```

- *Matrica A je sada spremljena u MATLAB-ovu radnu memoriju (Workspace) i sa ovim imenom može se koristiti u matričnim izrazima.*
- *Ovaj ispis može se dobiti kada se u komandnu liniju upiše A.*

Pristup elementima matrice:

- $A(i, j)$ — element u i-tom retku i j-tom stupcu
- $A(i:j, k:l)$ — podmatrica

$$\begin{bmatrix} A(i, k) & \cdots & A(i, l) \\ \vdots & & \vdots \\ A(j, k) & \cdots & A(j, l) \end{bmatrix}$$

- $A(:, k:l) = A(1:n, k:l)$ — za matricu sa n redaka

Operator : definira retčani vektor

- $početak : kraj$ — vektor s elementima
 $početak \quad početak+1 \quad početak+2 \quad \cdots \quad kraj$
- $početak : korak : kraj$ — vektor s elementima

$početak \quad početak+korak \quad početak+2*korak \quad \cdots \quad početak+i*korak$

gdje je

$$|početak+i*korak| \leq |kraj| < |početak+(i+1)*korak|$$

Primjer

Unos u komandnom prozoru:

```
1:10
```

Ispis:

```
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

Unos u komandnom prozoru:

```
0:3:10
```

Ispis:

```
0 3 6 9
```

Ako se unos završi sa ; ispis se neće izvršiti.

Varijable

- MATLAB ne zahtijeva deklaraciju tipa varijable ili dimenzija matrica.
- Kada se pojavi novo ime varijable automatski se kreira varijabla i alocira odgovarajuća količina memorije. ($A = \dots$)
- Ako varijabla već postoji mijenja se njen sadržaj, ili ako je potrebno alocira se nova memorija.

Brojevi

- MATLAB koristi uobičajenu decimalnu notaciju, sa opcionalnom decimalnom točkom, ili vodećim znakom $+$ ili $-$.
- Eksponencijalna notacija koristi slovo e za oznaku eksponenta baze 10.
- Kompleksni brojevi koriste i ili j za oznaku imaginarnog dijela.

- Svi brojevi interno se spremaju koristeći `long format (double)` za brojeve s pomičnom točkom.
- Brojevi s pomičnom točkom imaju otprilike 16 značajnih znamenki i konačni raspon od oko 10^{-308} do oko 10^{308} .
- Format i ispisa:

`format short`

format s fiksnom točkom i s 4 znamenke
nakon decimalne točke (3.1416)

`format long`

format s fiksnom točkom i s 14 do 15 znamenki
nakon decimalne točke (3.14159265358979)

`format short e`

format s pomičnom točkom i s 4 znamenke
nakon decimalne točke (3.1416e+000)

`format long e`

format s pomičnom točkom i s 14 do 15 znamenki
nakon decimalne točke (3.141592653589793e+000)

Primjer

Slijedi nekoliko primjera legalnih brojeva

3	-99	0.0001
9.6397238	1.60210e-20	6.02252e23
1i	-3.14159j	3.14+3e5i

MATLAB koristi i stringove koji su omeđeni jednostrukim navodnicima, kao npr.

'ovo je string'

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

Operatori

$A+B$ ili $A-B$	zbrajanje ili oduzimanje; A i B moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar
$A*B$	množenje matrica; broj stupaca od A mora biti jednak broju redaka od B ili jedan od njih je skalar
$A.*B$	množenje po elementima; A i B moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar ($A(i,j)*B(i,j)$)
$A\backslash B$	matrično lijevo dijeljenje; ako je A kvadratna matrica tada je $X=A\backslash B$ rješenje sustava jednadžbi $AX=B$ izračunat Gaussovom eliminacijama; ako je A pravokutna matrica tada je $X=A\backslash B$ rješenje problema najmanjih kvadrata

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

- $A \setminus B$ lijevo dijeljenje po elementima; A i B moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar
($B(i, j) / A(i, j)$)
- A / B matrično desno dijeljenje; ekvivalentno $(B' \setminus A')'$
- $A ./ B$ desno dijeljenje po elementima; A i B moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar
($A(i, j) / B(i, j)$)
- $A^{\wedge} p$ matrično potenciranje
- $A .^{\wedge} B$ potenciranje po elementima; A i B moraju imati jednake dimenzije ili jedan od njih je skalar
($A(i, j)^{\wedge} B(i, j)$)
- A' kompleksno konjugirano transponiranje (A^*)
- $A.'$ transponiranje (A^T)

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

$\sim A$	logički NE po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)
$A \& B$	logički I po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)
$A B$	logički ILI po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)
$A < B$	JE MANJE po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)
$A \leq B$	JE MANJE ILI JEDNAKO po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)
$A > B$	JE VEĆE po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)
$A \geq B$	JE VEĆE ILI JEDNAKO po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)
$A == B$	JE JEDNAKO po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)
$A \sim = B$	NIJE JEDNAKO po elementima (0 je false, $\neq 0$ je true)

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

Funkcije MATLAB sadrži veliki broj matematičkih funkcija

- **elementarne funkcije:** `sin`, `cos`, `asin`, `acos`, `sinh`, `cosh`, `asinh`, `acosh`, `exp`, `log`, `log10`, `sqrt`, `abs`, `round`, `mod`, `factorial`,...
- **matrične funkcije:** `size`, `diag`, `eye`, `ones`, `rand`, `randn`, `zeros`, `tril`, `triu`, `sort`, `min`, `max`, **funkcije za kreiranje raznih specijalnih matrica**,...

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

- funkcije linearne algebre
- funkcije za rad s polinomima
- funkcije za interpolaciju i računsku geometriju
- funkcije za transformaciju koordinatnog sustava
- funkcije za rješavanje diferencijalnih i integralnih jednadžbi, i optimizaciju
- specijalne matematičke funkcije
- funkcije za rad sa rijetko popunjenim matricama
- funkcije koje vraćaju značajne matematičke konstante: `eps`, `i`, `j`, `Inf`, `NaN`, `pi`,...

Primjer

Unesimo matricu

```
A = [1 2 3 4; 5 6 7 8; 9 10 11 12; 13 14 15 16;  
      17 18 19 20]
```

s ispisom

```
A =  
  
     1     2     3     4  
     5     6     7     8  
     9    10    11    12  
    13    14    15    16  
    17    18    19    20
```

Pozivi raznih funkcija vratit će sljedeće vrijednosti.

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

Primjer (nastavak)

- `size(A)`

```
ans =  
      5      4
```

- `min(A)`

```
ans =  
      1      2      3      4
```

- `max(A)`

```
ans =  
     17     18     19     20
```

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

Primjer (nastavak)

- `sort(A, 2, 'descend')`

ans =

4	3	2	1
8	7	6	5
12	11	10	9
16	15	14	13
20	19	18	17

- `diag(A)`

ans =

1
6
11
16

Primjer (nastavak)

• `diag(diag(A))`

ans =

1	0	0	0
0	6	0	0
0	0	11	0
0	0	0	16

• `triu(A)`

ans =

1	2	3	4
0	6	7	8
0	0	11	12
0	0	0	16
0	0	0	0

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

Primjer (nastavak)

- `tril(A)`

ans =

1	0	0	0
5	6	0	0
9	10	11	0
13	14	15	16
17	18	19	20

- `eye(5, 4)`

ans =

1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datotekeFunkcije za crtanje
grafovaJoš neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

Primjer (nastavak)

• `zeros(5, 4)``ans =`

0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0
0	0	0	0

• `ones(5, 4)``ans =`

1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1
1	1	1	1

Primjer (nastavak)

- $\text{rand}(m, n)$ — *kreira $m \times n$ matricu pseudo-slučajnih brojeva uniformne distribucije na segmentu $[0, 1]$*
- $\text{randn}(m, n)$ — *kreira $m \times n$ matricu pseudo-slučajnih brojeva normalne distribucije sa očekivanjem 0 i standardnom devijacijom 1*
- eps — *udaljenost od 1 do prvog sljedećeg broja dvostruke preciznosti*

```
ans =  
2.2204e-016
```

- i ili j — *imaginarna jedinica*

```
ans =  
0 + 1.0000i
```

Primjer (nastavak)

- *Inf — reprezentacija IEEE aritmetike za pozitivnu beskonačnost ($1/0$)*
- *NaN — reprezentacija IEEE aritmetike za “Not-a-Number”, rezultat matematički nedefinirane operacije ($0/0$)*
- *pi — π*

ans =

3.141592653589793

Kontrola toka programa

Znanstveno
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

Uvjetno grananje

- naredbe `if`, `else` i `elseif`

```
if logički_izraz_1
    naredbe_1
elseif logički_izraz_2
    naredbe_2
    :
elseif logički_izraz_k
    naredbe_k
else
    naredbe_k+1
end
```

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje
varijabli u i iz
datoteke

Funkcije za crtanje
grafova

Još neke
specifičnosti
MATLAB-a

Dokumentacija

- naredbe switch, case i otherwise
- ```
switch izraz
 case vrijednost_1
 naredbe_1
 case vrijednost_2
 naredbe_2
 :
 otherwise
 naredbe_k+1
end
```

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Funkcije za crtanje  
grafova

Još neke  
specifičnosti  
MATLAB-a

Dokumentacija

## Petlje

- naredbe `for`, `while`, `continue` i `break`  
`for indeks=početak:korak:kraj`  
    naredbe  
`end`  
  
`while izraz`  
    naredbe  
`end`
- naredba `return`

# M-file funkcije

Znanstveno  
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Funkcije za crtanje  
grafova

Još neke  
specifičnosti  
MATLAB-a

Dokumentacija

## Funkcije

- definicija funkcije

```
function [izlaz_1, izlaz_2, ...] = imefun(ulaz_1, ulaz_2, ...)
 naredbe
end
```

- poziv funkcije

```
[var_1, var_2, ...] = imefun(ulaz_1, ulaz_2, ...)
```

- spremanje funkcije u M-file — definicija se piše u editoru i sprema u istoimenu datoteku s ekstenzijom `.m`

`imefun.m`

Kod poziva funkcije prednost ima **ime datoteke!**

- M-file skripte — bilo koji niz MATLAB naredbi koji ne počinje sa `function`, sprema se u datoteku s ekstenzijom `.m`

# Spremanje i čitanje varijabli u i iz datoteke

Znanstveno  
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Funkcije za crtanje  
grafova

Još neke  
specifičnosti  
MATLAB-a

Dokumentacija

- naredba `save`

```
save imedat var_1 var_2 ...
```

varijable se spremaju u datoteku

```
imedat.mat
```

- naredba `load`

```
load imedat
```

postavlja sve varijable iz `imedat.mat` na vrijednosti koje su definirane u istoj datoteci

- ukoliko se naredba ne poziva u komandnoj liniji već u sklopu skripte, onda bolje funkcionira oblik

```
load(imedat,var1,var2,...,varN)
```

gdje je `var1, var2, ..., varN` opcionalni popis varijabli koje želimo učitati; svi ulazni parametri se tretiraju kao **stringovi**, pa se pišu u **jednostrukim navodnicima**.

# Funkcije za crtanje grafova

Znanstveno  
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Funkcije za crtanje  
grafova

Još neke  
specifičnosti  
MATLAB-a

Dokumentacija

Glavna funkcija je `plot()`

- za crtanje po dijelovima linearne krivulje koja povezuje zadane točke.
- Crtanje krivulje definira se trojkom ulaznih parametara

`plot(x, y, s)`

gdje je

- `x` vektor sa `x` koordinatama točaka
- `y` vektor sa `y` koordinatama točaka
- `s` string koji opisuje način iscrtavanja krivulje: bojom, tipom linije, tipom markera za točke
  - oni se mogu kombinirati kao npr. `'r:o'` za crvenu, točkastu liniju, na kojoj su kružićima označene točke

- Na jednom grafu može se iscrtati više linija jednom naredbom pobrojavanjem trojki

```
plot(x1,y1,s1,x2,y2,s2,x3,y3,s3)
```

- Kod crtanja više krivulja poželjno je koristiti funkciju

```
legend('prva','druga','treca')
```

koja kreira legendu i označava krivulje redom kako su crtane, i to tako da

- stilu linije pridružuje string koji ju objašnjava.
- Funkcija `semilogy()` poziva se isto kao i `plot()`, samo što
  - y-os crta u logaritamskoj skali,
  - pogodno za crtanje normi grešaka ili reziduala po iteracijama, kada nam je važan red veličine.

**Važna napomena:** Sve funkcije koje se koriste za uređivanje grafa nacrtanog `plot()` ili `semilogy()` funkcijama, poput

- `legend()`
- `title()`
- `xlabel()` i `ylabel()`
- `axis()`
- `grid on`
- za podešavanje ostalih svojstava

pišu se uvijek **nakon funkcija za crtanje!**.

- `plot()` ili `semilogy()` se pišu prve, a ostale slijede iza njih.

# Još neke specifičnosti MATLAB-a

Znanstveno  
računanje 2

Nela Bosner

MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Funkcije za crtanje  
grafova

Još neke  
specifičnosti  
MATLAB-a

Dokumentacija

- Komentari se pišu iza znaka %, i sve što se u tekućoj liniji nalazi iza tog znaka ne smatra se dijelom MATLAB koda,
  - komentari koji se pišu odmah iza prve linije definicije funkcije, koja sadrži ključnu riječ `function`, tretiraju se kao opis funkcije i ispisuju se nakon naredbe

```
help imefun
```

u komandnom prozoru.

- Naredba `clear` u komandnom prozoru briše sve varijable spremljene u radnoj memoriji.
- Indeksacija vektora i matrica kreće od **1**, a ne od **0** kao u C-u.

# Dokumentacija

Znanstveno  
računanje 2

Nela Bosner

## MATLAB

Matrice

Izrazi

Kontrola toka  
programa

M-file funkcije

Spremanje i čitanje  
varijabli u i iz  
datoteke

Funkcije za crtanje  
grafova

Još neke  
specifičnosti  
MATLAB-a

Dokumentacija

- Za svaku MATLAB-ovu naredbu ili funkciju može se upisati

`help naredba`

u komandni prozor, čime se ispisuje dokumentacija za tu naredbu ili funkciju

- Odabir opcije MATLAB help u Help izborniku.
- Online dokumentacija na adresi

<https://www.mathworks.com/help/referencelist.html?type=function>