

Numerička analiza

1. zadaća

1. Nađite greške unazad i unaprijed za osnovne vektorske i matricne operacije računane u aritmetici konačne preciznosti sa jediničnom greškom zaokruživanja u :

- a) skalarni produkt $z = x^T y$,
- b) produkt matrice i vektora $y = Ax$,
- b) produkt dviju matrica $C = AB$.

Komentirajte svoje rezultate.

2. Nađite izraz za grešku unazad po komponentama za sustave linearnih jednadžbi definiranu kao

$$\omega_{E,f}(\hat{x}) := \min\{\varepsilon : (A + \Delta A)\hat{x} = b + \Delta b, \\ |\Delta A| \leq \varepsilon E, |\Delta b| \leq \varepsilon f\}$$

gdje se pretpostavlja da E i f imaju nenegativne komponente. Dalje, neka je $Ax = b$ i

$$(A + \Delta A)(x + \Delta x) = b + \Delta b,$$

gdje je

$$|\Delta A| \leq \varepsilon E, \quad |\Delta b| \leq \varepsilon f,$$

i pretpostavimo da je

$$\varepsilon \|A^{-1}\|E < 1.$$

gdje je $\| \cdot \|$ neka apsolutna norma, poput $\| \cdot \|_1$ i $\| \cdot \|_\infty$. Nađite gornju ogradu za relativnu grešku unaprijed $\frac{\|\Delta x\|}{\|x\|}$. Kolika je uvjetovanost ovako definiranog problema

$$\text{cond}_{E,f}(A, x) = \limsup_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \frac{\|\Delta x\|}{\varepsilon \|x\|} : (A + \Delta A)(x + \Delta x) = b + \Delta b, \right. \\ \left. |\Delta A| \leq \varepsilon E, |\Delta b| \leq \varepsilon f \right\}?$$