3264: DRUGA ZADAĆA

(1) Neka je $\mathcal{C} \subset \mathbb{P}^3$ glatka krivulja i $p \in \mathbb{P}^3$ generička točka. Pokažite
  a) p se ne nalazi na nekoj tangenti od $\mathcal{C}$,
  b) p se ne nalazi na nekoj trisekanti (sekanti koja prolazi kroz barem tri različite točke) od $\mathcal{C}$,
  c) p se ne nalazi na nekoj stacionarnoj sekanti (tj. sekanti $\overline{qr}$ kod koje se tangente u točkama p i q sijeku.

Iz ovoga zaključite da je projekcija $\pi_p : \mathcal{C} \to \mathbb{P}^2$ biracionalna na ravninsku krivulju $\mathcal{C}_0 \subset \mathbb{P}^2$ i da ima samo čvorove (nodes) kao singularitete.

(2) Neka je $\mathcal{C} \subset \mathbb{P}^3$ glatka, nedegenerativna krivulja stupnja d i genusa g, i neka su $L, M \subset \mathbb{P}^3$ generički pravci. Koliko sekanti od $\mathcal{C}$ sjeće i L i M?

(3) Ako je $W \subset \mathbb{V}$, onda s $\tilde{W}$ označavamo odgovarajući $k+1$-dimenzionalan potprostor od V.
  a) Neka je $\Sigma_1(L)$ Schubertov ciklus i za $\Lambda \in \Sigma_1(L)$ neka je $q = L \cap \Lambda$ i $K = \overline{\Lambda L}$ ravnina. Pokažite da je Λ nesingularna točka od $\Sigma_1(L)$ te da je

$$T_\Lambda(\Sigma_1) = \{\phi \in Hom(\tilde{\Lambda}, V/\tilde{\Lambda}) | \phi(\tilde{q}) \subset \tilde{K}/\tilde{\Lambda}\}.$$

  b) Neka je $\Sigma_{2,1}(p, H) = \{\Lambda | p \in \Lambda \subset H\}$ Schubertov ciklus. Pokažite da je nesingularan i da je tangencijalni prostor u točki $\Lambda \in \Sigma_{2,1}$ jednak

$$T_\Lambda(\Sigma_{2,1}) = \{\phi \in Hom(\tilde{\Lambda}, V/\tilde{\Lambda}) | \phi(\tilde{p}) = 0 \text{ and } \mathrm{Im}(\phi) \subset \tilde{H}/\tilde{\Lambda}\}.$$

  c) Pokažite da se generički Schubertovi ciklusi σ_1 i $\sigma_{2,1}$ sijeku transferzalno u proizvoljnoj karakteristici (tj. bez korištenja Kleinmanovog teorema).

(4) Pokažite da je Schubertova ćelija $\sigma^\circ_{a,b}$ izomorfna s $\mathbb{A}^{4-a-b}$.