

Riceov teorem

1. Neka je $S = \{\langle a, b \rangle \mid \text{funkcije } \{a \cdot b\} \text{ i } \{b\} \text{ imaju istu domenu}\}$. Dokažite da S nije rekurzivan skup.
2. Dokažite da skup $\{\langle a, b \rangle \mid \text{funkcije } \{a\} \text{ i } \{b\} \text{ imaju istu sliku}\}$ nije rekurzivan.
3. Neka je $S = \{\langle a, b, c \rangle \mid a + c \text{ je u domeni od } \{b\}\}$. Dokažite da S nije rekurzivan skup.
4. Neka je S podskup od $\mathbb{N}^2$ definiran sa $S = \{(i, j) \in \mathbb{N}^2 \mid (j, j + 1) \text{ je u domeni od } \{i\}\}$. Dokažite da skup S nije rekurzivan.
5. Neka je $S = \{\langle a, b, c \rangle \mid \{a\}(b) = c\}$. Dokažite da S nije rekurzivan skup.
6. Neka je S podskup od $\mathbb{N}^3$ definiran sa $S = \{(i, j, k) \in \mathbb{N}^3 \mid (i, i + k) \text{ je u domeni od } \{j\}\}$. Dokažite da skup S nije rekurzivan.
7. Neka je $S = \{\langle a, b \rangle \mid \{a\}(b) = \{b\}(a)\}$. Dokažite da skup S nije rekurzivan.
8. Neka je $S = \{\langle a, b \rangle \mid \{a\}(b) = b\}$. Dokažite da skup S nije rekurzivan.
9. Neka je $S = \{\langle a, b, c \rangle \mid \{a\}(b) = \{b\}(c)\}$. Dokažite da skup S nije rekurzivan.

Teorem rekurzije

1. Dokažite da postoji $e \in \mathbb{N}$ takav da je domena dvomjesne funkcije $\{e\}$ jednaka $\{(e, 0)\}$.
2. Dokažite da postoji $e \in \mathbb{N}$ tako da je jednomjesna funkcija $\{e\}$ totalna te tako da je $\{e\}(x) = e \cdot x, \forall x \in \mathbb{N}$.
3. Dokažite da postoji $e \in \mathbb{N}$ tako da je domena funkcije $\{e\}$ jednaka $\{k \cdot e \mid k \in \mathbb{N}\}$.
4. Dokažite da postoji $e \in \mathbb{N}$ tako da je domena funkcije $\{e\}$ jednaka $\{0, \dots, e\}$.
5. Postoji li $e \in \mathbb{N}$ takav da je domena dvomjesne funkcije $\{e\}$ jednaka skupu $\{(e, e)\}$?

6. Dokažite da postoji $e \in \mathbb{N}$ takav da je domena funkcije $\{e\}$ jednaka $\{1 + e, 1 + e^2, 1 + e^3, \dots\}$.
7. Postoji li $e \in \mathbb{N}$ takav da je domena dvomjesne funkcije $\{e\}$ jednaka skupu $\{(x, y) \in \mathbb{N}^2 \mid x^2 + y^2 \leq e\}$?
8. Dokažite da postoji $e \in \mathbb{N}$ takav da je domena funkcije $\{e\}$ jednaka $\{e + k \mid k \in \mathbb{N}\}$.
9. Dokažite da postoji $e \in \mathbb{N}$ takav da je domena funkcije $\{e\}$ jednaka $\{e, e + 1\}$.
10. Dokažite da postoji $e \in \mathbb{N}$ takav da je domena dvomjesne funkcije $\{e\}$ jednaka $\{(n, e) \mid n \in \mathbb{N}\}$.