

Izračunljivost

DRUGI KOLOKVIJ

Napomene:

- Zadatke predajete razdvojene na dvije hrpe – $\{1, 2, 3\}$ i $\{4, 5, 6, 7, 8\}$.
- Zadatke 1, 2 i 3 pišite na *jednom* papiru.
- Na kolokviju nije dopušteno imati nikakva pomagala osim pribora za pisanje i kalkulatora.

1. Definirajte sljedeće pojmove:

- [1] (a) za $n, k \in \mathbb{N}$ definirajte $\{n\}^k$
- [1] (b) rekurzivno prebrojiv skup
- [1] (c) konačan automat

2. Iskažite sljedeće tvrdnje:

- [1] (a) teorem o parametru
- [1] (b) Churchov teorem
- [1] (c) Postov teorem o vezi rekurzivnosti skupa i rekurzivne prebrojivosti

[4] 3. Dokažite da Halting problem nije rješiv.

[5] 4. Neka je $e = 2^{4501} \cdot 3^{73} \cdot 5^7 \cdot 7^7$. Odredite domenu i sliku funkcije $\{e\}^1$. U ovom zadatku promatramo RAM-strojeve kod kojih su svi registri (osim ulaznih) inicijalno postavljeni na 0.

[5] 5. Neka je $S = \{(b, a) \in \mathbb{N}^2 \mid b > 2 \wedge \log_b a \in \mathbb{N}\}$. Dokažite da je funkcija $f: S \rightarrow \mathbb{N}$ zadana sa $f(b, a) = \log_b a$, parcijalno rekurzivna.

[5] 6. Neka je S rekurzivan podskup od \mathbb{N} . Dokažite ili opovrgnite: postoji parcijalno rekurzivna funkcija f takva da je $\text{dom}(f) = S$.

[5] 7. Navedite tri primjera podskupova od \mathbb{N} koji nisu rekurzivni. Za jedan od tih skupova nađite konkretne primjere prirodnih brojeva koji se nalaze, odnosno ne nalaze u tom skupu.

[5] 8. Dokažite da skup $\{(a, b, c, d) \in \mathbb{N}^4 \mid \text{rng}(\{a\}^1) = \{b, c, d\}\}$ nije rekurzivan.

Kodiranje instrukcija RAM-stroja:

INC $\mathcal{R}_i \mapsto \langle 0, i \rangle$
DEC $\mathcal{R}_i, n \mapsto \langle 1, i, n \rangle$
GOTO $n \mapsto \langle 2, n \rangle$

Izračunljivost

DRUGI KOLOKVIJ

bonus zadatak

RAMv2-stroj definiramo kao i RAM-stroj, do na to što u programima za RAMv2-stroj postoje samo dvije instrukcije:

- INC \mathcal{R}_i – Uvećaj registar \mathcal{R}_i za 1, te uvećaj vrijednost brojača za 1.
- DEK \mathcal{R}_i, n – Ako je $\mathcal{R}_i > 0$, umanji registar \mathcal{R}_i za 1 i postavi brojač na n . Ako je $\mathcal{R}_i = 0$, uvećaj vrijednost brojača za 1.

Pojmove RAMv2-izračunavanja i RAMv2-izračunljive funkcije definiramo alagno pojmovima RAM-izračunavanja i RAM-izračunljive funkcije.

Dokažite da su klase RAM-izračunljivih i RAMv2-izračunljivih funkcija jednake.